



PROGRAMA PRE-PAES 2015
Asignatura: Matemática
Contenido Virtual

TEMA: “UTILICEMOS EL CONTEO”

Profesor: Luis Roberto Padilla R. e-mail: alpadilla1@ufg.edu.sv

Coordinador General: Lic. José Pérez Sánchez
e-mail: jperez@ufg.edu.sv

Asistente Académico: Lic.
Herbert Crespín Elías
E-mail: hcrespin@ufg.edu.sv

Tiempo estimado de lectura y resolución de ejercicios del Material: 2 Horas



CAPÍTULO II

UTILICEMOS EL CONTEO Y LA PROBABILIDAD

Esta unidad contribuye al desarrollo de estándares relacionados con el pensamiento aleatorio, en la medida en que profundiza en el significado, propiedades y condiciones del uso de las medidas estadísticas de acuerdo con los diferentes tipos de variables. Amplía el pensamiento aleatorio al estudiar la combinatoria para calcular y diferenciar las distintas posibilidades de arreglos de elementos de un conjunto de datos y los posibles resultados de una experiencia aleatoria. Enriquece el estudio de los diferentes significados de la probabilidad en situaciones simples y complejas. Se calcula la probabilidad de ocurrencia de eventos simples, compuestos, independientes y dependientes, y se dan herramientas para reconocerlos en la vida real.

COMPETENCIAS DE APRENDIZAJE.

Al finalizar el capítulo el alumno/a será competente para:

- ❖ Deducir, utilizar y explicar, el principio de multiplicación para el cálculo de la posibilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios con autonomía y confianza.
- ❖ Deducir, utilizar y explicar, con autonomía y confianza, el principio de suma para el cálculo de la posibilidad de ocurrencia de dos o más eventos aleatorios.
- ❖ Interpretar y explicar, con seguridad, el factorial de cualquier número entero y su notación.
- ❖ Interpretar y aplicar, con seguridad, la notación factorial $0!$
- ❖ Identificar y determinar, con seguridad, experimentos aleatorios.
- ❖ Describir, con orden, los espacios muestrales.
- ❖ Resolver, con seguridad, ejercicios y problemas de aplicación a los espacios muestrales.

- ❖ Identificar, con seguridad y actitud analítica, eventos o sucesos.

Combinatoria, rama de las matemáticas que estudia las posibles agrupaciones de objetos tomados de un conjunto dado; es de gran importancia en otras ramas de las matemáticas. Por ejemplo, se utiliza para el desarrollo del binomio de Newton; en la teoría de la probabilidad y en estadística (para calcular el número de casos posibles de un sistema).

Las permutaciones son las distintas formas en que se pueden ordenar los n elementos de un conjunto. En general, hay $n!$ permutaciones en las que colocar n elementos en orden.

Las combinaciones son agrupaciones de objetos en las que no importa su orden.

Principio de la multiplicación: Si una primera operación puede realizarse de m maneras y una segunda operación puede realizarse de n maneras, entonces ambas operaciones pueden efectuarse juntas de mn maneras.

Principio de la suma: Si una primera operación puede realizarse de m maneras y una segunda operación puede realizarse de n maneras, entonces una operación o la otra pueden efectuarse de $m + n$ maneras.

PERMUTACIONES

Una permutación de un conjunto de elementos, es un ordenamiento específico de todos o

algunos elementos del conjunto, facilita el recuento de las ordenaciones diferentes que pueden hacerse con los elementos del conjunto.

Nota: En una permutación el orden en que se disponen los elementos del conjunto es importante.

PERMUTACIONES DE n ELEMENTOS

Por el principio fundamental del conteo podemos enunciar que el número de permutaciones de n objetos distintos tomados de n en n , es:

$${}_n P_n = n!$$

El símbolo $n!$ se lee factorial y es el producto resultante de todos los enteros positivos de 1 a n ; es decir, sea n un número entero positivo, el producto $n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1$ se llama factorial de n .

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1$$

PERMUTACIONES DE n ELEMENTOS EN DIFERENTES GRUPOS DE r ELEMENTOS.

Podemos calcular el número de permutaciones ${}_n P_r$, de n elementos, tomados en grupos o subconjuntos de r elementos.

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

PERMUTACIONES DONDE NO TODOS LOS ELEMENTOS SON DIFERENTES.

Si los elementos de un conjunto no son todos diferentes entre sí, es decir, algunos de los

elementos son idénticos, la fórmula de las permutaciones presenta un nuevo aspecto. El número de permutaciones que se pueden formar en el caso de n elementos, cuando hay n_1 elementos idénticos, n_2 elementos de otro tipo idénticos, etcétera, es:

$$P_r^n = \frac{n!}{n_1! * n_2! * n_3! \dots n_n!}$$

PERMUTACIONES CIRCULARES

Si los n elementos de un conjunto se colocan en un orden circular siguiendo un mismo sentido, hay un elemento menos para ser permutado. Las permutaciones circulares se calculan con la siguiente fórmula.

$$P_n = (n - 1)!$$

COMBINACIONES

Ya sabemos que en una permutación el orden de los elementos es importante, pero cuando el orden de colocación carece de importancia, a la

disposición de dichos elementos se le denomina combinación.

Por lo tanto, una combinación es un subconjunto o una disposición de todos los elementos de un conjunto, sin tener en cuenta el orden de ellos. El número de combinaciones o subconjuntos no ordenados, cada uno formado por r elementos, que pueden obtenerse de un conjunto de n elementos es:

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n - r)! r!}$$

COMBINACIONES CON REPETICIÓN.

Puede haber combinaciones con repetición. En este caso se calcula de la siguiente manera.

$${}^n C_r = \left(\frac{n + r - 1}{r! (n - 1)!} \right)$$

Donde:

- No entran todos los elementos
- No importa el orden
- Se repiten los elementos

EJERCICIOS RESUELTOS

EJERCICIO 1. ¿De cuántas maneras diferentes pueden acomodarse en orden tres objetos distintos?

$$3 \times 2 \times 1 \\ = 6 \text{ maneras de acomodar en orden los 3 objetos}$$

EJERCICIO 2. Las placas de automóviles de Tennessee, consisten en tres letras seguidas por tres dígitos (del 0 al 9). Obtenga el número de distintas placas que puedan formarse.

Nota: El alfabeto de USA tiene 26 letras

- No hay restricciones en las letras o dígitos que puedan utilizarse.
- No se pueden repetir las letras ni los dígitos.

$$a) 26 * 26 * 26 * 10 * 10 * 10 = 17,576,000 \text{ placas sin restricciones de letras ni dígitos}$$

$$b) 26 * 25 * 24 * 10 * 9 * 8 \\ = 11,232,000 \text{ placas sin repetir letras ni dígitos}$$

EJERCICIO 3. Cuente el de palabras de 9 letras (no se preocupe si están o no en el diccionario) que pueden formarse utilizando las letras de cada palabra.

$$a) \text{ DRAGONFLY} \quad 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ = 9! \\ = 362,880 \text{ permutaciones}$$

$$b) \text{ BUTTERFLY} \quad \frac{9!}{2!} \\ = 181,440 \text{ permutaciones,}$$

se divide entre 2! por la repetición de T
c) BUMBLEBEE

$$\frac{9!}{(3! * 3!)} = 10,080 \text{ permutaciones}$$

*Se divide entre (3! 3!)
por la repetición de B y E*

EJERCICIO 4. Dieciséis actores acuden a una prueba de reparto para los papeles de enanos en la producción de Blanca Nieves y los siete enanos. ¿De cuántas maneras distintas el director puede hacer la prueba para los siete papeles?

$$P_7 = 57,657,600 \text{ formas}$$

también pudo hacerlo así
 $16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10$

EJERCICIO 5. En cada uno de los siguientes escenarios, indique si se describen permutaciones (ordenadas) o combinaciones (sin orden).

- Se eligen un presidente, un vicepresidente y un secretario de un club de 25 miembros.

Permutaciones. *El orden sí importa porque interesa quien tiene cada puesto.*

- Un cocinero elige 5 papas de un saco de 12 para hacer una ensalada.

Combinaciones. *La ensalada es la misma sin importar en qué orden se eligen las papas.*

- Un profesor hace un esquema de los pupitres que utilizan 22 alumnos en un salón que tiene 30 pupitres.

Permutaciones. Un orden diferente de estudiantes en el mismo asiento genera un esquema distinto.

$$= 12_1777,711.87 \text{ formas}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿Cuántas cantidades de tres cifras significativas se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4 si no se permite la repetición?
 - a) 60
 - b) 48
 - c) 64
 - d) 24
2. ¿Cuántas cantidades de cuatro cifras significativas se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4 si se permite la repetición?
 - a) 625
 - b) 500
 - c) 256
 - d) 120
3. De entre 8 personas debemos formar un comité de cinco miembros. ¿Cuántas diferentes posibilidades existen para formar el comité?
 - a) 56
 - b) 6720
 - c) 1680
 - d) 40
4. Los números de tres cifras significativas que se pueden formar con 0, 1,2,3,4,5,6, sin repetición, son:
 - a) 35
 - b) 180
 - c) 210
 - d) 294

5. Los números de tres cifras significativas que se pueden formar con 0,1,2,3,4,5,6, con repetición son:
- 35
 - 180
 - 210
 - 294
6. Dentro de una caja se tienen siete cartones numerados 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Se extraen tres, uno después de otro y sin reposición. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden hacer las extracciones?
- 35
 - 180
 - 210
 - 294
7. Dentro de una caja se tienen siete cartones numerados 0.1.2.3.4.5.6. Se extraen tres, de una sola vez. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden hacer las extracciones?
- 35
 - 180
 - 210
 - 294
8. Un profesor de parvularia tiene 7 niñas y 5 niños. Va a integrar tres mesas de trabajo, cada una formada por 4 alumnos. ¿De cuántas maneras diferentes puede integrar los 3 equipos si no hay restricciones?
- 1,320
 - 5,280
 - 11,880
 - 34,650
9. ¿De cuántas maneras diferentes puede integrar los tres equipos del problema anterior, si uno debe estar formado exclusivamente por niños, otro exclusivamente por niñas y el tercero de forma mixta?
- 175
 - 256
 - 960

d) 984

10. Si tres puntos cualesquiera se consideran como los vértices de un triángulo. Entonces el número total de triángulos que pueden formarse es:

- a) 76
- b) 84
- c) 496
- d) 504



11. El número de diagonales que pueden trazarse en un polígono de 100 lados es:

- a) 4,850
- b) 4,950
- c) 8,700
- d) 9,900

12. En la reunión de la sociedad de padres de familia de una institución educativa, se debe de elegir a una persona para presidente, otra para secretario y otra para tesorero. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer la elección si hay diez personas disponibles?

- a) 720
- b) 120
- c) 3
- d) 10

13. Hay cinco personas que van alinearse en una fila. Una de ellas se llama Armando y otro Ricardo. ¿De cuántas maneras diferentes pueden alinearse si Armando y Ricardo no deben quedar juntos?

- a) 60
- b) 72
- c) 120
- d) 240

14. Una fábrica tiene disponible 12 puestos de trabajo, cuatro de los cuales deben ser ocupados exclusivamente por hombres, cinco exclusivamente por mujeres y los tres restantes indistintamente por hombres o mujeres. Si se presentan 10 hombres y 8 mujeres a solicitar los trabajos. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerse la selección para llenar los puestos de trabajo?

- a) 987,840
- b) 978,840
- c) 987,804
- d) 978,804

15. Un profesor tiene 20 ejercicios de matemática, de entre los cuales debe seleccionar 5 para formar un examen. ¿Cuántos exámenes diferentes puede estructurar?

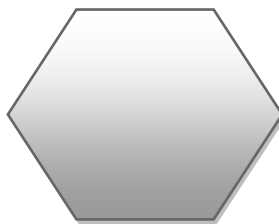
- a) $\binom{20}{5}$
- b) $5(20)$
- c) $20(19)(18)(17)(16)$
- d) $5!$

16. Si se pide a una persona que conteste por escrito un cuestionario consistente en 10 preguntas. Cada una de las preguntas tiene tres opciones: a favor, en contra y no sabe. Si la persona no lee el cuestionario y cada pregunta la contesta al azar, el número total de maneras diferentes en que podría llenar el cuestionario es:

- a) 30
- b) 3^{10}
- c) 10^3
- d) $\binom{10}{3}$

17. El número de diagonales que pueden trazarse en un hexágono es:

- a) 9
- b) 15
- c) 30
- d) 720



18. La prueba que usted está realizando consta de 40 ítems. Si se responden al azar los 40 ítems. ¿Cuál es el número total de maneras diferentes en que podrías contestar las 40 preguntas?

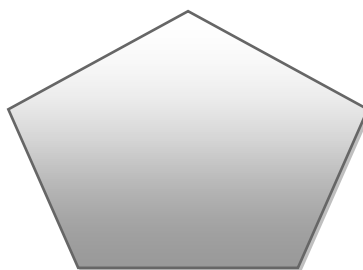
- a) $40(4)$
- b) $\binom{40}{4}$
- c) 40^4
- d) 4^{40}

19. Un mariachi tiene dos cantantes: un hombre que se sabe 22 canciones y una mujer que se sabe 18 canciones. En toda serenata que dan, el contrato estipula que cada cantante debe participar con cinco canciones, sin importar el orden en que lo haga. El representante del mariachi desea hacer listas de las diferentes serenatas que pueden ofrecer de acuerdo al contrato, a fin de que los clientes seleccionen el conjunto de diez canciones que desean escuchar. ¿Cuántas listas diferentes tendrá que hacer el representante?

- a) $\binom{22}{5} \binom{18}{5}$
b) $\binom{40}{10}$
c) $\frac{22!+18!}{10!}$
d) $\frac{40!}{10!}$

20. El número de diagonales que pueden trazarse en un pentágono es:

- a) 10
b) 120
c) 5
d) 20



21. Si se sabe que en cierta colección de objetos, solo los hay de 2 colores diferentes, de 5 formas diferentes, y de 3 marcas diferentes, ¿cuál es el máximo número de objetos que puede tener la colección?

- a) 8
b) 5
c) 35
d) 30

22. Julio, Gilberto, Roberto, Andrea y Fernando deben formarse en una fila. ¿De cuántas maneras lo pueden hacer si Fernando y Andrea no deben ir juntos?

- a) 104
b) 72
c) 60
d) 34

23. En una combinación

- a) Se atiende el orden
b) Es igual que permutar
c) No atiende el orden
d) Da lo mismo

24. Se pretende ordenar a un grupo de 3 señoras y 3 señores en una línea. ¿De cuántas maneras se pueden hacer si se desea que las 3 señoras permanezcan juntas?

- a) 144

- b) 72
- c) 24
- d) 36

25. Se desea seleccionar a 2 estudiantes para representar a la institución ante un cabildo municipal dirigido a jóvenes. Si hay 6 estudiantes igualmente elegibles, ¿de cuántas parejas distintas se dispone para elegir a la que representará a la institución en el cabildo?

- a) 12
- b) 3
- c) 15
- d) 1

26. Una empresa constructora está ofreciendo a los clientes interesados en adquirir una vivienda que elijan el tipo de piso, el color de fachada y el número de habitaciones. Dispone 2 tipos de piso, 3 colores distintos de fachada y viviendas con dos, o tres dormitorios. ¿Cuántos diseños distintos de vivienda está ofreciendo el constructor a los clientes?

- a) 3
- b) 8
- c) 12
- d) 18

27. El representante de un sindicato desea entrevistar a 2 de los 6 trabajadores que tienen un problema laboral. Si el orden de las entrevistas es importante, ¿de cuántas alternativas distintas dispone el representante sindical para realizar las entrevistas?

- a) 15
- b) 12
- c) 8
- d) 30

28. Una empresa constructora está ofreciendo a los clientes interesados en adquirir una vivienda que elijan el tipo de piso, el color de fachada y el número de habitaciones. Dispone 2 tipos de piso, 3 colores distintos de fachada y viviendas con dos, tres o cuatro dormitorios. ¿Cuántos diseños distintos de vivienda está ofreciendo el constructor a los clientes?

- a) 3
- b) 8
- c) 12
- d) 18

29. En un comedor se ofrecen almuerzos a 1.50 de dólar que incluyen: ensalada, arroz, “plato fuerte” y refresco. Siempre hay disponibles 2 tipos de ensalada, 1 tipo de arroz, 3 distintos

“platos fuertes” y 2 tipos de refrescos. ¿De cuántas alternativas dispone un cliente del comedor para elegir el almuerzo?

- a) 8
- b) 4
- c) 12
- d) 1

30. En un local de comida del mercado Central se ofrece: tres tipos de carnes, cuatro tipos de ensalada, cinco postres y seis bebidas. Si un plato completo consiste de una porción de carne, una ensalada, un postre y una bebida, ¿de cuántas formas distintas puede pedirse un plato completo?

- a) 1
- b) 18
- c) 90
- d) 360

31. Las empresas A, B, C, D y E de transporte terrestre ofrecen su servicio diario entre San Salvador y San Miguel. Además las empresas P, Q y R de aviación tienen vuelo diario entre San Salvador y San Miguel. ¿De cuántas maneras diferentes se puede viajar de San Salvador a San Miguel?

- a) 15
- b) 16
- c) 8
- d) 2

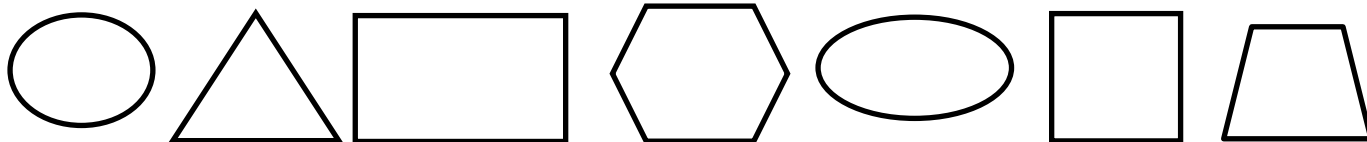
32. ¿De cuántas formas se pueden elegir dos libros de diferentes asignaturas entre cinco libros distintos de ciencia, tres libros distintos de matemática y dos libros distintos de psicología?

- a) 12
- b) 31
- c) 60
- d) 90

33. Al simplificar $\frac{(m-2)!m}{0! m!}$ se obtiene:

- a) 0
- b) $\frac{(m-2)!}{(0)!}$
- c) $\frac{1}{m-1}$
- d) $(m-2)!$

34. ¿Cuántos arreglos de cinco elementos pueden formarse con las siguientes figuras geométricas, si ninguna puede repetirse?



- a) 21
- b) 42
- c) 120
- d) 2520

35. En una carrera de ciclismo participan 3 salvadoreños, 2 guatemaltecos, 1 nicaragüense, 3 panameños, 2 hondureños y 1 beliceño. La cantidad de formas en que es posible que clasifiquen tres de ellos de acuerdo con su llegada a la meta es

- a) 12
- b) 36
- c) 108
- d) 1320

36. Juan, Luis, Antonio y Pedro son amigos que se encontraron en una fiesta y se saludaron calurosamente una vez cada uno. ¿Cuántos apretones de mano se dieron entre todos?

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 12

37. Si de 12 caballeros y 8 señoritas del mismo grado se elegirá un grupo de 3 caballeros para la banda de paz y dos señoritas para cachiporristas, ¿cuántas formas hay de seleccionar dicho grupo?

- a) 25
- b) 248
- c) 576
- d) 6160

38. Una señora dispone de manzana, piña y naranja para elaborar jugos naturales. Si puede preparar un jugo incluyendo una o más de una variedad de frutas, ¿de cuántas formas distintas puede preparar un jugo?

- a) 7
- b) 1
- c) 3
- d) 4

39. En una empresa se asigna a cada empleado un código de identificación que consta de 4 dígitos. Si los dígitos pueden repetirse y el código puede iniciar con cero, ¿cuántos códigos terminaran con un dígito mayor que 7?

- a) 4,000
- b) 2,000
- c) 7,000
- d) 3,000

40. Un sorbetero tiene en su carretón 4 sabores distintos de helado (fresa, vainilla, coco y tamarindo). Los sorbetes que valen \$0.50 incluyen tres cucharadas de helado de los sabores que se deseen. ¿De cuántas formas distintas puede el sorbetero ofrecer su producto?

- a) 20
- b) 4
- c) 12
- d) 8

4.