



PROGRAMA PRE-PAES 2015
Asignatura: Matemática
Contenido Virtual

TEMA: “ESTUDIEMOS LA PROBABILIDAD”

Profesor: Luis Roberto Padilla R. e-mail: alpadilla1@ufg.edu.sv

Coordinador General: Lic. José Pérez Sánchez
e-mail: jperez@ufg.edu.sv

Asistente Académico: Lic. Herbert Crespín Elías
E-mail: hcrespin@ufg.edu.sv

Tiempo estimado de lectura y resolución de ejercicios del Material: 2 Horas

CAPÍTULO IV



ESTUDIEMOS LA PROBABILIDAD

COMPETENCIAS DE APRENDIZAJE

Esta unidad contribuye al desarrollo de **estándares** relacionados con el pensamiento aleatorio, en la medida en que profundiza en el significado, propiedades y condiciones del uso de las medidas estadísticas de acuerdo con los diferentes tipos de variables.

COMPETENCIAS DE APRENDIZAJE.

Al finalizar el capítulo el alumno/a será competente para:

- ❖ Identificar y determinar, con seguridad, experimentos aleatorios.
- ❖ Describir, con orden, los espacios muestrales.
- ❖ Resolver, con seguridad, ejercicios y problemas de aplicación a los espacios muestrales.
- ❖ Identificar, con seguridad y actitud analítica, eventos o sucesos.
- ❖ Resolver, con exactitud y perseverancia, ejercicios y problemas relacionados con eventos o sucesos.
- ❖ Determinar, explicar y resolver problemas con seguridad, aplicando los enfoques subjetivo, empírico y clásico de la probabilidad.
- ❖ Ejemplificar, con seguridad y creatividad, los tres tipos de axiomas de la probabilidad.
- ❖ Resolver correctamente ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos, mostrando una

actitud analítica y persistente y aplicando los teoremas básicos.

Experimentos aleatorios

Las probabilidades aparecen asociadas a los fenómenos aleatorios. Un fenómeno aleatorio es aquel en el cual la verificación de un cierto conjunto de condiciones determinadas conduce a un resultado entre una serie de resultados posibles. Llamamos experimento aleatorio a ese conjunto de condiciones determinadas. Por contraposición, los fenómenos determinísticos, o no aleatorios son aquellos en los que la verificación de un cierto conjunto de condiciones determinadas conduce, en forma inevitable, a un resultado fijo.

Definiciones básicas

Si realizamos un experimento aleatorio, llamaremos *espacio muestral* del experimento al conjunto de todos los posibles resultados de dicho experimento.

Al espacio muestral lo representaremos por E .

A cada elemento que forma parte del espacio muestral se le denomina *suceso elemental*.

Llamaremos *suceso aleatorio* a cualquier subconjunto del espacio muestral. El concepto de suceso es fundamental en probabilidad. Dicho de forma simple, un suceso de un experimento aleatorio es cualquier cosa que se nos ocurra afirmar sobre dicho experimento.

Llamaremos *suceso imposible* al que no tiene ningún elemento y lo representaremos por \emptyset . Llamaremos *suceso seguro* al formado por todos los posibles resultados (es decir, al espacio muestral)

Llamaremos *espacio de sucesos* y lo representaremos por S , al conjunto de todos los sucesos aleatorios.

Operaciones con sucesos

- Intersección de sucesos: Llamaremos *suceso intersección* de los sucesos A y B , y lo representaremos por $A \cap B$, al suceso “ocurren A y B a la vez”
- Unión de sucesos: Llamaremos *suceso unión* de los sucesos A y B y se representa por $A \cup B$ al suceso “ocurre A o bien ocurre B o bien ocurren ambos a la vez”(también podemos decir que “ocurre alguno”). Es decir $A \cup B$ son los elementos que están en

ambos conjuntos (aunque no necesariamente en los dos a la vez)

- Suceso contrario de otro: Dado un suceso A, denominaremos *suceso contrario* de A y se representará por A^c al suceso que tiene por elementos a todos aquellos que no pertenecen a A.
- Diferencia de sucesos: Si A y B son dos sucesos, llamaremos diferencia entre A y B al suceso $B-A$, que consta de los elementos que están en B pero no están en A

Regla de Laplace:

Si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, entonces si A es un suceso, la probabilidad de que ocurra el suceso A es:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso A}}{\text{número de casos posibles}}$$

Definición axiomática de probabilidad: PROPIEDADES ELEMENTALES

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(S) = 1$
3. $P(\emptyset) = 0$
4. $P(A) = 1 - P(A^c)$
5. $P(A \text{ y } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ o } B)$
6. $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$
7. $P(A^c \text{ y } B^c) = 1 - P(A \text{ o } B)$
8. $P(A \text{ y } B^c) = P(A) - P(A \text{ y } B)$
9. $P(A^c \text{ y } B) = P(B) - P(A \text{ y } B)$
10. $P(A^c \text{ o } B^c) = P(A^c) + P(B^c) - P(A^c \text{ y } B^c)$

Si A y B son **dos eventos mutuamente excluyentes**, la probabilidad de que ocurra A o B es igual a la suma de sus probabilidades separadas.

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

Eventos Independientes, cuando la probabilidad de que ocurra un evento no es afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de otro suceso.

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B)$$

Una probabilidad p es una función que asocia a cada suceso A del espacio de sucesos S, un número real $p(A)$, es decir: $p: S \rightarrow R$, y que cumple las propiedades:

1. $0 \leq p(A) \leq 1$, (es decir, cualquier suceso tiene probabilidad positiva y menor o igual que 1).

2. $p(E) = 1$ (la probabilidad del suceso seguro es 1).

3. Si A y B son incompatibles, es decir $A \cap B = \emptyset$, entonces $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$. (Es decir la probabilidad de la unión es la suma de las probabilidades si los sucesos tienen intersección vacía).

EVENTOS DEPENDIENTES

Cuando la probabilidad de que ocurra un evento es afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de otro suceso.

En general, si dos sucesos, son dependientes, entonces:

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B/A)$$

De lo anterior se deduce que:

$$P(B/A) = \frac{P(A \text{ y } B)}{P(A)}$$

La anterior expresión se lee "la probabilidad de que B ocurra dado que el suceso A ya ocurrió"

$$P(A/B) = \frac{P(A \text{ y } B)}{P(B)}$$

La anterior expresión se lee "la probabilidad de que A ocurra dado que el suceso B ya ocurrió"

Probabilidad condicionada

Sea A un suceso aleatorio asociado a un experimento aleatorio, y sea B otro suceso que sabemos que se ha realizado.

Llamaremos *probabilidad de A condicionada a B* y lo expresaremos por $p(A/B)$ a la expresión:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ejemplo 1. Determine la probabilidad de cada una de los siguientes eventos:

- a) Obtener cara en el lanzamiento de una moneda legal $P = \frac{1}{2}$
- b) Obtener dos caras en dos lanzamientos de una moneda legal $P = \frac{1}{4}$
- c) Sacar una reina de una baraja estándar de 52 cartas. $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
- d) Obtener una suma de 4 en un lanzamiento de dos dados.

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Ejemplo 2. Determine la probabilidad de que la suma del resultado del tiro de dos dados sea divisible entre 3.

$$P_E = \frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 3. Se abre una caja con una docena de chocolates rellenos y generosamente te ofrecen dos. A ti te gustan más los de chocolate con relleno de vainilla, pero los rellenos de chocolate lucen igual. Si cuatro de los doce chocolates son de vainilla, ¿cuál es la probabilidad de que tomes únicamente chocolates rellenos de vainilla?

$$P = \frac{{}_4C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

Ejemplo 4. En una sala de clases hay 20 mujeres y 12 hombres. Si se escoge uno de ellos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?

$$P = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0.375$$

Ejemplo 5. En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Han comido carne 16 hombres y 20 mujeres, comiendo pescado el resto. Si se elige una de las personas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida sea hombre?

Ejemplo 8. En una caja hay 6 bolitas: 3 rojas, 2 azules y 1 verde. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una de estas bolitas, ella no sea verde o azul?

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Ejemplo 9. Si en una caja hay 5 lápices negros, 3 lápices verdes, y 4 amarillos, entonces ¿cuál es la probabilidad de que al

$$P = \frac{28}{60} = \frac{7}{15} \approx 0.47$$

Ejemplo 6. En un jardín infantil hay 8 morenos y 12 morenas así como 7 rubios y 5 rubias. Si se elige un integrante al azar, la probabilidad de que sea rubio o rubia es:

$$P = \frac{7+5}{32} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0.375$$

Ejemplo 6. La probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número menor que 5 es:

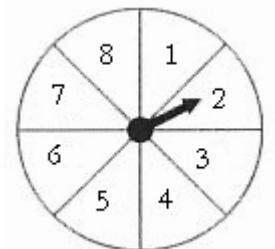
$$P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

Ejemplo 7. De 25 televisores que se fabrican, 1 sale defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de escoger uno defectuoso en 100 televisores?

$$P = \frac{1}{25}$$

Ejemplo 7. Se hace girar la flecha de la ruleta una vez, si la probabilidad de seleccionar alguna línea divisoria es despreciable, la probabilidad de obtener un número mayor que 4 es:

$$P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0.5$$



sacar un lápiz de la caja, éste no sea negro ni verde?

$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 0.33$$

Ejemplo 10. En la bolsa hay 50 bolitas, de las cuales 12 son rojas, 5 son verdes, 3 son azules y el resto son blancas. Si se saca una bolita sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea blanca?

$$P = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0.6$$

Ejemplo 11. Se tiene un juego de naipes ingleses de 52 cartas. ¿Cuál sería la probabilidad de obtener una reina roja o negra, al sacar un sólo naipe del juego?

$$P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0.077$$

Ejemplo 12. En un curso integrado por 16 damas y 14 varones, se sabe que 10 damas y 12 varones prefieren Coca Cola y el resto Sprite. Si elegimos un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ese estudiante sea varón y prefiera Sprite?

$$P = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \approx 0.067$$

Ejemplo 13. Al finalizar un programa de televisión, se realiza una encuesta, de la cuál se obtienen los siguientes resultados: A 20 les agradó el programa; a 5 no les agradó; 20 miraron otros programas; 5 no miraron televisión; Total de encuestados: 50. Al elegir al azar a un encuestado que miró televisión, la probabilidad que viera el programa es

Ejemplo 14.

$$P(A) = 0.55 \quad P(B) = 0.40 \quad P(A \text{ y } B) = 0.11$$

Encontrar:

- a) $P(A \text{ o } B) = (0.55) + (0.40) - (0.11) = 0.84$
- b) $P(A^c \text{ y } B^c) = 1 - (0.84) = 0.16$
- c) $P(A \text{ y } B^c) = (0.55) - (0.11) = 0.44$
- d) $P(A^c \text{ y } B) = (0.40) - (0.11) = 0.29$
- e) $P(A^c \text{ o } B^c) = (0.45) + (0.60) - (0.16) = 0.89$

Ejemplo 15 En un gran almacén se ha registrado la información que se muestra en la tabla siguiente:

FORMA DE PAGO	GÉNERO DEL CLIENTE		TOTAL
	F	M	
CRÉDITO (Cr)	160	180	340
CONTADO (Co)	200	120	320
TOTAL	360	300	660

Si se selecciona un cliente al azar, determinar:

- a) La probabilidad que sea mujer

$$P(f) = \frac{360}{660} = \frac{6}{11} \approx 0.54$$

- b) La probabilidad de que sea cliente que paga de contado $P(Co) = \frac{320}{660} = \frac{16}{33} \approx 0.48$

- c) La probabilidad de que sea hombre y paga de contado $P(M \text{ y } Co) = \frac{320}{660} = \frac{2}{11} \approx 0.180.48$

- d) La probabilidad de que sea hombre, sabiendo que se eligió a una persona que paga de contado $P\left(\frac{M}{Co}\right) = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} \approx 0.37$

- e) La probabilidad de que pague al crédito, sabiendo que se seleccionó a una mujer

$$P\left(\frac{Cr}{M}\right) = \frac{160}{360} = \frac{4}{9} \approx 0.44$$

1. Un niño selecciona al azar una letra de la palabra **M A N Z A N A S**. ¿Cuál es la probabilidad que seleccione una "A"?
- a) 0.333
 - b) 0.1428
 - c) 0.375
 - d) 0.111
2. Si tu grado está integrado por 18 estudiantes y se van a sortear dos libros. ¿Cuál es la probabilidad que tú ganes uno de los premios? (Un estudiante no puede ganar más de un premio).
- a) 0.333
 - b) 0.1428
 - c) 0.375
 - d) 0.111
3. Luis, Dayana y Naomi van a formar una fila al azar, entonces ¿cuál es la probabilidad que las dos señoritas **no** queden juntas?
- a) 0.333
 - b) 0.1428
 - c) 0.375
 - d) 0.111
4. Si se sabe que $P(A)=0.40$ $P(B)= 0.50$ y $P(A\acute{o}B)^c=0.30$, entonces $P(AyB)$ es:
- a) 0.10
 - b) 0.20
 - c) 0.30
 - d) 0.40

5. Dentro de una caja se encuentran 5 conejos negros y 3 blancos. Si por un agujero salen dos, uno después del otro, entonces la probabilidad que los dos sean blancos es:
- 0.107
 - 0.108
 - 0.109
 - 0.110
6. Un joven selecciona tres puntos al azar, entonces la probabilidad que con estos tres puntos como vértices se pueda construir un triángulo es:



- 0.60
 - 0.70
 - 0.80
 - 0.90
7. Luis, José y Mario van a formar una fila al azar. La probabilidad que Luis quede delante de José es:
- $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
8. Suponga que su grado está integrado por 30 estudiantes y que dentro de una caja se colocan los 30 nombres para extraer 3, uno después de otro. Cada uno de los nombres extraídos recibirá un libro como premio. Entonces la probabilidad que usted reciba un libro es:
- $\frac{1}{30}$
 - 0.1
 - $\frac{1}{30} + \frac{1}{29} + \frac{1}{28}$
 - $\frac{3}{3(29)(28)}$

9. Dentro de una cajita se encuentran 9 bolitas negras, 4 blancas, 7 rojas y una amarilla. Usted saca tres, una después de la otra y sin reposición, entonces la probabilidad que extraiga la bolita amarilla es:

- a) $\frac{1}{21}$
- b) $\frac{1}{7}$
- c) $\frac{1}{21} + \frac{1}{20} + \frac{1}{19}$
- d) $\frac{1}{21(20)(19)}$

10. Hay cuatro caminos: A, B, C, D que unen la casa de Luis con su escuela; pero el camino B es de un solo sentido; de tal manera que no puede tomarlo cuando se dirige en su bicicleta a la escuela y el camino D es también de un solo sentido por lo que no puede tomarlo para regresar a casa. ¿Cuál es la probabilidad de que utilice el mismo camino para ir a la escuela y luego regresar a casa?

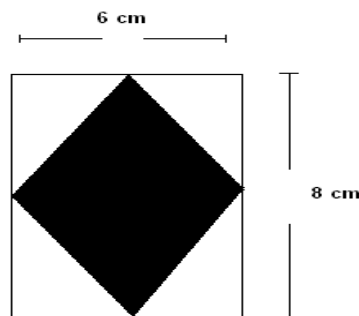
- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{2}{9}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{1}{2}$

11. Roberto visita una escuela en la cual estudian 400 alumnos, de los cuales 100 son señoritas. La probabilidad de que el 1º estudiante que encuentre sea un varón es:

- a) 0.5
- b) 0.01
- c) 0.25
- d) 0.75

12. Los puntos medios de un rectángulo que mide 6 centímetros de base por 8 centímetros de altura se unen para formar la figura sombreada. Si un punto se selecciona al azar, dentro de un rectángulo. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho punto pertenezca a la región sombreada?

- a) Menos que 0.5
- b) 0.5
- c) $\frac{25}{48}$
- d) $\frac{15}{48}$



13. En una rifa hay 100 boletos y se compraron 10 boletos. ¿Cuál es la probabilidad de que gane?

- a) 0.1
- b) 0.01
- c) 0.001
- d) 0.0001

14. En un estudio sobre medios de comunicación realizado en un municipio del país, se encontró que en un 30% de los hogares se acostumbra mirar el noticiero A, en un 40% se acostumbra mirar el noticiero B y en un 10% de los hogares se miran ambos.

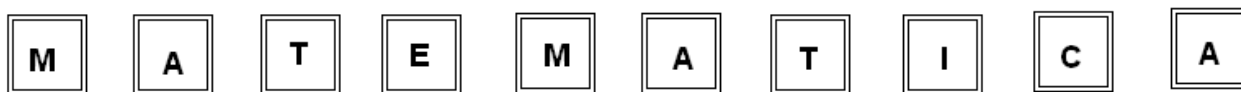
¿Cuál es la probabilidad de que en un hogar de ese municipio se acostumbre mirar cualquiera de estos noticieros?

- a) 0.80
- b) 0.60
- c) 0.70
- d) 0.10

15. Un Asesor Pedagógico está interesado en conocer el nivel de aprovechamiento de los alumnos. Se presenta a un centro educativo y se dirige al segundo año de bachillerato que tiene 40 estudiantes de los cuales 28 son varones. Selecciona uno/a al azar de los 40 estudiantes para hacerle preguntas. ¿Cuál es la probabilidad que la persona seleccionada sea señorita?

- a) $\frac{1}{40}$
- b) $\frac{1}{12}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{1}{2}$

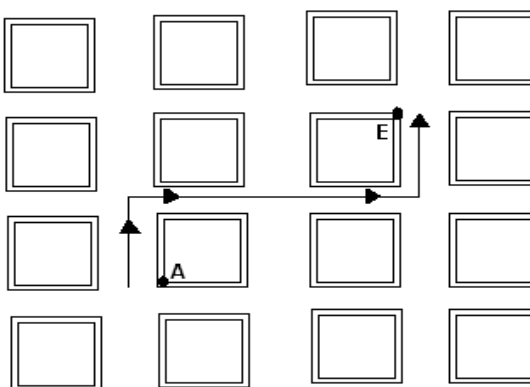
16. Dentro de una bolsa se encuentran los cartones.



Tú extraerás uno al azar. Si corresponde a una consonante que no sea “M” ganarás 100 colones; pero si extraes una “M” ganarás 200 colones. ¿Cuál es la probabilidad de que ganes por lo menos 100 colones?

- a) 0.2
- b) 0.3
- c) 0.4
- d) 0.5

17. Ashley vive en la esquina A y a cuatro cuadras se encuentra su escuela E. Si mamá le ha recomendado que cada día tome rutas diferentes para recorrer las cuadras que lo separan de la escuela. Entonces la probabilidad que un día cualquiera Andrea se dirija a su escuela siguiendo la ruta que indica la flecha es:



- a) $1/6$
- b) $1/5$
- c) $1/4$
- d) $1/2$

25. En una urna hay 3 bolas rojas y 7 verdes. Se extraen 2 bolas una tras otra sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar una roja y seguidamente una verde?

a) $\frac{7}{30}$

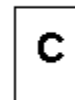
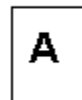
b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{11}{30}$

d) $\frac{3}{13}$

26. Dentro de una caja se encuentran 3 cartones. Se pide a una persona que saque 2 de los cartones. Si entre estos dos cartones extrae la letra A entonces ganará un premio.

La probabilidad de que gane es:



a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

27. Un paracaidista se lanza entre dos puntos uno y dos. ¿Cuál es la probabilidad de que quede más cerca del punto uno que de dos?

a) Menor que 0.5

b) Igual a 0.5

c) Mayor que 0.5

d) No puede saberse porque se desconoce la distancia que hay entre ambos puntos.

28. En una colonia el 40% de los hogares posee computadora, el 20% posee cámara digital, el 15% posee ambos equipos electrónicos. Si se selecciona una vivienda al azar de esa colonia, ¿cuál es la probabilidad de que se posea computadora, pero no se posea cámara digital?

- a) 0.40
- b) 0.20
- c) 0.25
- d) 0.05

29. Se dispone de 10 tarjetas enumeradas de 1 al 10 en una urna, se extraen dos tarjetas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos presenten números pares cuando se extraen unas tras otra si la primera extraída no se regresa a la urna?

- a) $\frac{2}{9}$
- b) $\frac{5}{7}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{2}{5}$

30. En una reunión hay 5 personas, entre ellas Arturo, y conversan sobre curiosidades de la vida. Uno de ellos preguntaba al grupo si saben el día de la semana en el que nacieron. La mayoría no lo sabe.

¿Cuál es la probabilidad de que Arturo haya nacido un día domingo?

- a) $\frac{1}{5}$
- b) $\frac{5}{7}$
- c) 1
- d) $\frac{1}{7}$

31. La probabilidad de NO obtener ninguna cara al lanzar dos monedas tiene la misma probabilidad que obtener :

- a) Un 2 al lanzar un dado
- b) Un par al lanzar un dado
- c) Un oro de un naipes español (40 cartas)
- d) Un rey de un naipes inglés (52 cartas)

32. La probabilidad de obtener 3 caras al lanzar 3 monedas es:

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{1}{9}$

33. El número de elementos del espacio muestral al lanzar dos dados es:

- a) 2
- b) 6
- c) 12
- d) 36

34. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 8 puntos al lanzar 2 dados?

- a) $\frac{5}{12}$
- b) $\frac{2}{9}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $\frac{5}{36}$

35. En el lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de **NO** obtener un 3?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{5}{6}$
- d) 5

36. En una rifa de 150 números, ¿cuántos hay que comprar para tener un 8% de probabilidad para ganarla?

- a) 6
- b) 12
- c) 15
- d) 8

37. Un monedero contiene 7 monedas de \$1.00 y 4 monedas de \$0.25. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una moneda de \$0.25?

- a) $\frac{4}{11}$
- b) $\frac{7}{11}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{1}{11}$

38. Los resultados de una encuesta se resume en el cuadro siguiente. La probabilidad que una de las personas encuestadas beba y no fume es:

	Fumadores	No fumadores
Bebedores	315	535
No bebedores	30	120

- a) $\frac{107}{200}$
- b) $\frac{63}{200}$
- c) $\frac{3}{100}$
- d) $\frac{3}{25}$

39. En una urna hay 20 bolas numeradas del 1 al 20. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

- a) $\frac{9}{20}$
- b) $\frac{2}{5}$
- c) $\frac{7}{20}$
- d) $\frac{1}{2}$

40. La probabilidad de que un alumno apruebe un examen de Ciencias Físicas es de 80%.

La probabilidad de NO aprobarlo es de :

- a) Falta información
- b) 2
- c) 0.02
- d) 0.20

SE PROHIBE LA REPRODUCCION PARCIAL
O TOTAL DE ESTE DOCUMENTO DERECHOS RESERVADOS
PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD
FRANCISCO GAVIDIA

UNDECIMA EDICION
LA PRESENTE EDICION CONSTA DE 200
EJEMPLARES

MAYO 2013
SAN SALVADOR, EL SALVADOR, CENTROAMERICA CENTRO
DE EDUCACION CONTINUA UFG