



## **PROGRAMA PRE-PAES 2015**

**Asignatura: Matemática**

**Contenido Virtual**

**TEMA: “UTILICEMOS LAS RAZONES  
TRIGONOMETRICAS”**

**Profesor:** Luis Roberto Padilla R. e-mail: [alpadilla1@ufg.edu.sv](mailto:alpadilla1@ufg.edu.sv)

**Coordinador General:** Lic. José Pérez Sánchez  
e-mail: [jperez@ufg.edu.sv](mailto:jperez@ufg.edu.sv)

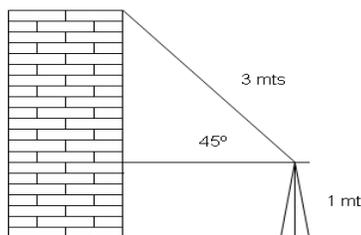
**Asistente Académico:** Lic. Herbert Crespín Elías  
E-mail: [hcrespin@ufg.edu.sv](mailto:hcrespin@ufg.edu.sv)

Tiempo estimado de lectura y resolución de ejercicios del Material: 2 Horas

## CAPITULO V

### INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRIA

Esta unidad contribuye al desarrollo de **estándares** relacionados con el pensamiento espacial a través del desarrollo de la habilidad de desconfigurar y reconfigurar figuras geométricas, reconocer la dependencia entre propiedades de éstas y construir argumentaciones para validar afirmaciones dentro de un sistema axiomático, encadenando unas proposiciones con otras.



### COMPETENCIAS DE APRENDIZAJE

Al finalizar el capítulo el alumno/a será competente para:

- ❖ Definir valores de las razones trigonométricas para ángulos peculiares y ángulos cuadrantales.
- ❖ Calcular el valor numérico de expresiones con ángulos peculiares y cuadrantales.

- ❖ Definir las características de las funciones trigonométricas básicas.
- ❖ Construir el gráfico de funciones trigonométricas y algunas variantes.
- ❖ Definir las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo.
- ❖ Calcular el valor de las funciones trigonométricas para ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ , y  $45^\circ$ , sin utilizar calculadora.
- ❖ Escribir el valor de una función en términos de otra función de su ángulo complementario.

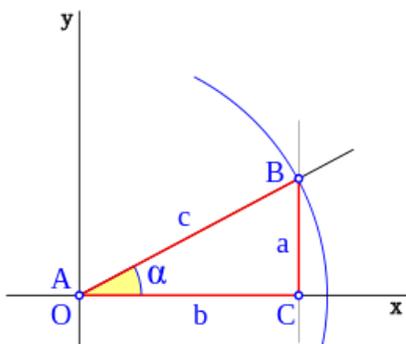
La Trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos. Etimológicamente significa 'medida de triángulos'.

### TRIGONOMETRÍA PLANA.

Se ocupa fundamentalmente de la resolución de triángulos planos. Para ello, se definen las razones trigonométricas de los ángulos y se estudian las relaciones entre ellas.

La base de la trigonometría está en las razones trigonométricas, valores numéricos asociados a cada ángulo, que permiten relacionar operativamente los ángulos y lados de los triángulos. Las más importantes son seno, coseno y tangente, que se definen a continuación:

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



El triángulo ABC es un triángulo rectángulo en C; lo usaremos para definir las razones seno, coseno y tangente, del ángulo  $\alpha$ , correspondiente al vértice **A**, situado en el centro de la circunferencia.

- El seno (abreviado como *sen*) es la razón entre el cateto opuesto sobre la hipotenusa.

$$\sin \alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{a}{c}$$

- El coseno (abreviado como *cos*) es la razón entre el cateto adyacente sobre la hipotenusa,

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{b}{c}$$

- La tangente (abreviado como *tan* o *tg*) es la razón entre el cateto opuesto sobre el cateto adyacente,

$$\tan \alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{a}{b}$$

### Razones trigonométricas inversas

La Cosecante: (abreviado como *csc*) es la razón inversa de seno, o también su inverso multiplicativo:

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{c}{a}$$

La Secante: (abreviado como *sec*) es la razón inversa de coseno, o también su inverso multiplicativo:

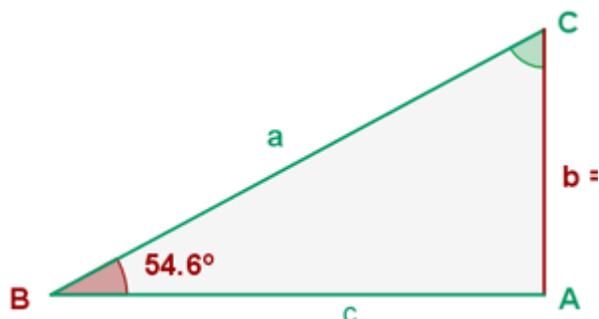
$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{c}{b}$$

La Cotangente: (abreviado como *cot*) es la razón inversa de la tangente, o también su inverso multiplicativo:

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{b}{a}$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. De un triángulo rectángulo ABC, se conocen  $b = 3 \text{ m}$  y  $B = 54.6^\circ$ . Resolver el triángulo.

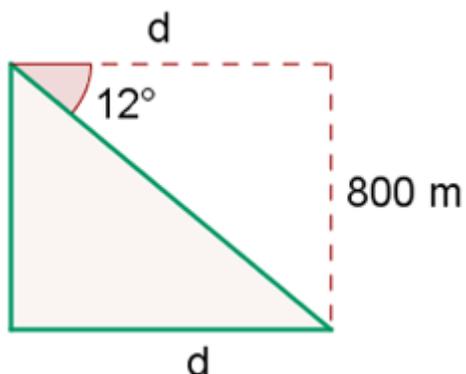


$$C = 90^\circ - 54.6^\circ = 35.4^\circ$$

$$c = \frac{b}{\operatorname{tg} B} \quad c = \frac{3}{\operatorname{tg} 54.6^\circ} = 2.132 \text{ m}$$

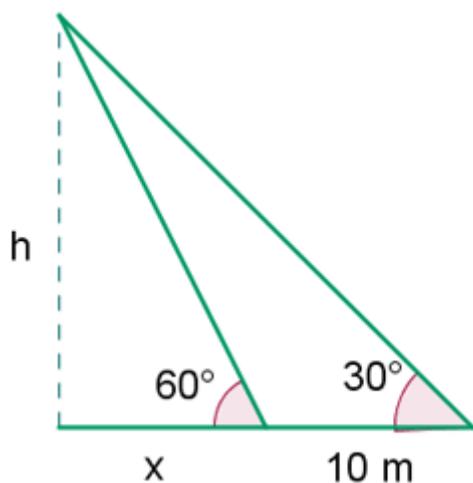
$$a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \quad a = \frac{3}{\operatorname{sen} 54.6^\circ} = 3.68 \text{ m}$$

2. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de  $12^\circ$ . ¿A qué distancia del pueblo se halla?



$$\operatorname{tg} 12^\circ = \frac{800}{d} \quad d = 3763.70 \text{ m}$$

3. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de  $30^\circ$  y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de  $60^\circ$ .



$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{10+x} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{10+x}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{x} \quad \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$10\sqrt{3} + \sqrt{3}x = 3h$$

$$\frac{-\sqrt{3}x = -h}{10\sqrt{3}}$$

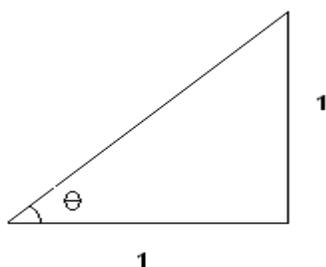
$$= 2h \quad h = 5\sqrt{3}$$

## EJERCICIOS PROPUESTOS

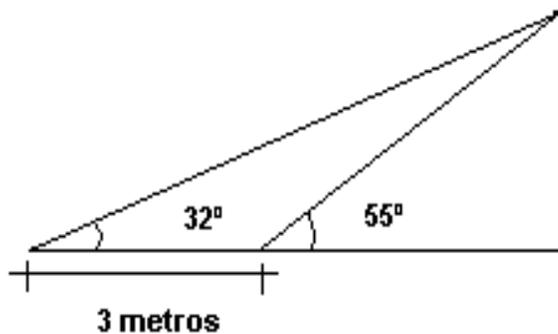
1. Una cometa quedó atrapada en la punta de un pararrayo. Si el hilo de la cometa mide 48 metros con 5 milímetros y forma con el suelo un ángulo de  $32.7^\circ$   
¿A qué altura del suelo se encuentra la punta del pararrayo?

- a) 23.7 metros
- b) 25 metros
- c) 25.9 metros
- d) 31.2 metros

2. Para el siguiente triángulo rectángulo, el valor de la  $\text{Ctg } \Theta$  es :

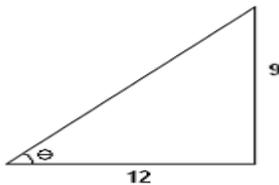


- a) 1
  - b)  $\frac{1}{2}$
  - c)  $\sqrt{2}$
  - d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. Un motociclista va por una calle y observa el rojo de un semáforo con un ángulo de elevación de  $32^\circ$ . Después de avanzar 3 metros se detiene y observa el semáforo con un ángulo de elevación de  $55^\circ$ . ¿Cuál será la altura del rojo del semáforo (parte más alta) sobre la cabeza del motociclista?



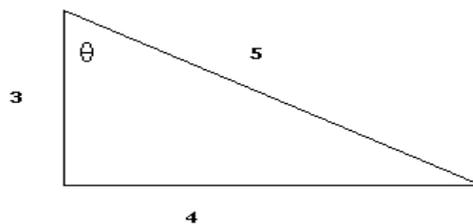
- a)  $h = 3 \tan 32^\circ \text{ metros}$
- b)  $h = 6 \tan 32^\circ \text{ metros}$
- c)  $h = \frac{3 \tan 55^\circ \times \tan 32^\circ}{\tan 55^\circ - \tan 32^\circ}$
- d)  $h = \frac{3 \tan 55^\circ \times \tan 32^\circ}{\tan 32^\circ - \tan 55^\circ}$

4. En el siguiente triángulo  $5/4$  corresponde a la función trigonométrica:



- a) Seno  $\Theta$
- b) Coseno  $\Theta$
- c) Tangente  $\Theta$
- d) Secante  $\Theta$

5. En el triángulo rectángulo siguiente. ¿Cuál de los siguientes valores es el mayor?



- a) Sen  $\Theta$
- b) Cos  $\Theta$
- c) Sec  $\Theta$
- d) Tan  $\Theta$

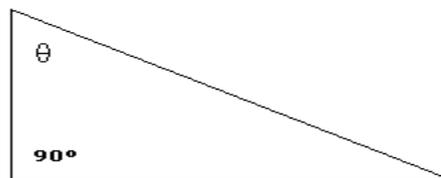
6. En el siguiente triángulo si  $\tan \Theta = \frac{x}{y}$  determinar el valor de  $\text{CSC } \Theta$ .

a)  $\text{Sec } \Theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$

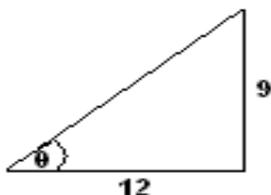
b)  $\text{Sec } \Theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$

c)  $\text{Sec } \Theta = \frac{x}{y}$

d)  $\text{Sec } \Theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$



7. Para el siguiente triángulo rectángulo.



El valor de  $\frac{5}{4}$  corresponde a:

- a)  $\text{Tan } \Theta$
- b)  $\text{Cos } \Theta$
- c)  $\text{Sen } \Theta$
- d)  $\text{Sec } \Theta$

8. Una estatua de 3 m de altura se encuentra a 6 m del pie de una edificación. Un observador desde una ventana del edificio, visualiza el extremo superior de la estatua con un ángulo de depresión  $\Theta$  y el extremo inferior con un ángulo de depresión  $\Omega$ . Entonces, la altura a la que se encuentra el observador es equivalente a:

- a)  $\text{Tan } \Theta + 3$
- b)  $(6 / \text{tan } \Theta) + 3$
- c)  $6 \text{ tan } \Theta$
- d)  $\text{Tan } \Theta - 3$

9. El valor de la razón trigonométrica  $\operatorname{sen} 30^\circ$  es:

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- b)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- c)  $\frac{1}{2}$
- d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

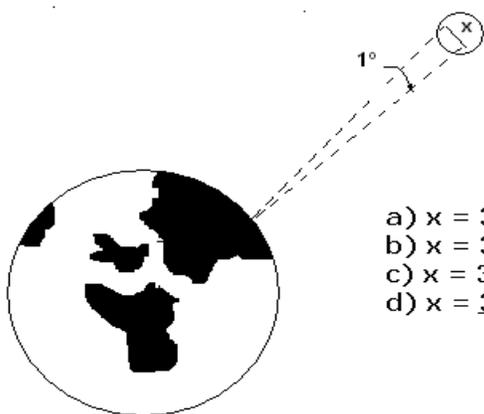
10. La expresión  $\frac{\tan 30^\circ - \cos 45^\circ}{\sec 60^\circ + \csc^2 45^\circ}$  equivale a:

- a)  $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{24}$
- b)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$
- c)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$
- d)  $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{24}$

11. Si en un triángulo rectángulo  $\cos \theta = \frac{5}{13}$  y el cateto opuesto al ángulo  $\theta$  mide 36 cm, la medida de la hipotenusa es:

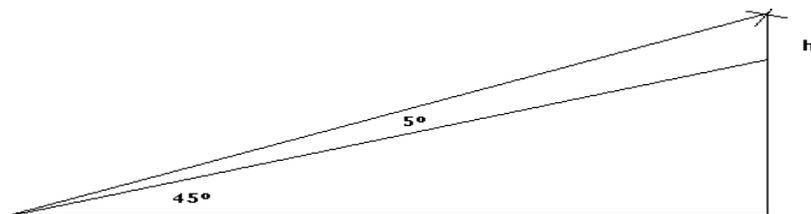
- a) 13 cm.
- b) 39 cm.
- c) 10 cm.
- d) 24 cm.

12. Desde la tierra se dirige un rayo láser, para que recorra los 384,000 kilómetros, que nos separan de la luna, e impacte en el centro de la cara visible de dicho astro; pero por un error de cálculo el rayo se desvía  $1^\circ$  de su trayectoria. Cuando el rayo impacta en la luna se habrá desviado del centro de la cara visible una distancia  $x$  equivalente a:



- a)  $x = 384,000 \text{ Sen } 1^\circ$   
 b)  $x = 384,000 \text{ Ctg } 1^\circ$   
 c)  $x = 384,000 \text{ Tang } 1^\circ$   
 d)  $x = \frac{384,000 \text{ Sen } 89^\circ}{\text{Sen } 1^\circ}$

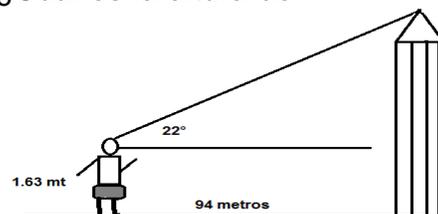
13. Una antena de radio aficionado se instala sobre el techo de un edificio. Desde un punto que está a 20 metros al nivel del pie del edificio los ángulos de elevación de la base y el extremo superior de la antena miden  $45^\circ$  y  $50^\circ$  respectivamente. ¿Cuál es la altura de la antena?



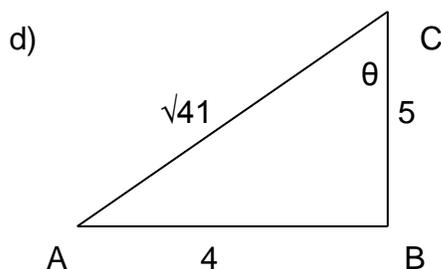
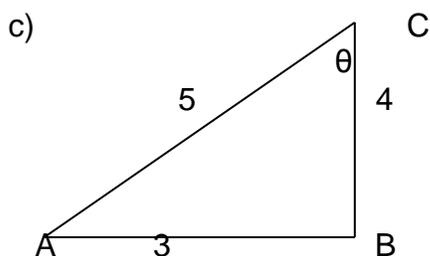
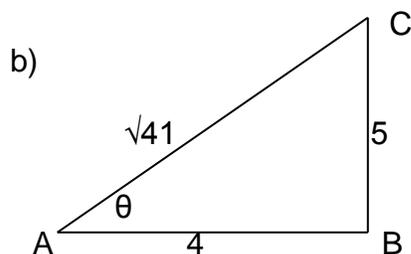
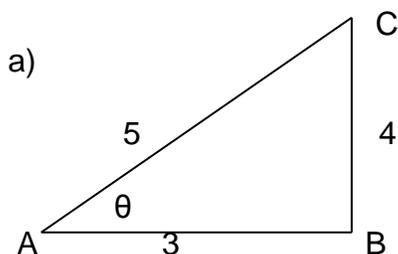
- a)  $h = 20 (\tan 50^\circ - \tan 45^\circ)$  mts.  
 b)  $h = 20 (\tan 50^\circ + \tan 45^\circ)$  mts.  
 c)  $h = 20 \tan 50^\circ$  mts.  
 d)  $h = \frac{20 \tan 5^\circ}{\cos 45^\circ}$
14. Los ángulos externos de un triángulo están en relación 3: 4: 5, ¿Cuál es la medida de cada uno de ellos?
- a)  $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$   
 b)  $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$   
 c)  $87.75^\circ, 117^\circ, 175.5^\circ$   
 d)  $90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$

15. Luis y Naomi deciden medir la torre del campanario de la iglesia del pueblo. Para eso Luis se sitúa delante de la torre dirigiendo la visual hasta la parte más alta, mientras Naomi obtiene el ángulo de elevación de  $22^\circ$ , Luis mide una altura de 1.63 metros y la distancia desde donde está parado a la base de la torre es de 94 metros. ¿Cuál es la altura de la torre?

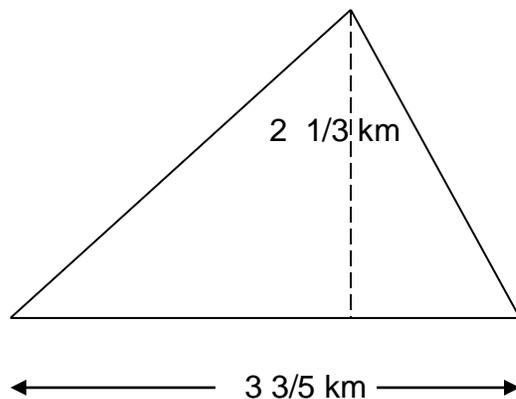
- a)  $X = \tan 22^\circ(94 \text{ mt}) + 1.63 \text{ mt} = 39.61 \text{ mt}$   
 b)  $X = \tan 22^\circ(94 \text{ mt}) = 37.98 \text{ mt}$   
 c)  $X = \sin 22^\circ(94 \text{ mt}) + 1.63 \text{ mt} = 36.84 \text{ mt}$   
 d)  $X = \sin 22^\circ(94 \text{ mt}) = 35.21 \text{ mt}$



16. Si  $\sec \theta = \frac{5}{4}$ , ¿cuál de los siguientes triángulos expresa adecuadamente el valor señalado para la  $\sec \theta$ ?



17. Don Pepe hereda a sus tres hijos un terreno en partes iguales, con la condición que cada uno deberá donar  $\frac{1}{3}$  de terreno para la construcción de un parque, ¿Cuánto de terreno le corresponde a cada uno de los hermanos?



- a)  $\frac{14}{15}$
- b)  $\frac{12}{13}$
- c)  $\frac{17}{20}$
- d)  $\frac{11}{12}$

18. Un halcón está sobrevolando la punta de un árbol. Un observador que mide 1.70 metros, se encuentra a 40 metros del árbol y observando al ave con un ángulo de elevación de  $37^\circ$ . La altura a que está el ave es:

- a) 50.05 metros.
- b) 32.03 metros
- c) 31.84 metros
- d) 46.18 metros

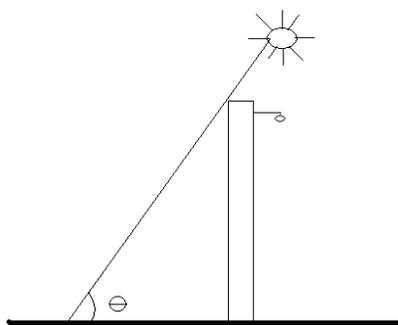
19. Un piloto de aviación está a 200 m sobre un campo de aterrizaje, si desciende en línea recta hasta aterrizar tomando un ángulo de  $30^\circ$  con el piso, ¿cuál fue la distancia que recorrió en su descenso?

- a)  $200\sqrt{3}m$
- b)  $200\sqrt{3} m$
- c)  $400m$
- d)  $200 m$

20. Calcular la longitud de la sombra que proyecta una varilla vertical cuya altura mide 75 cm, cuando la oblicuidad de los rayos solares es tal que forma con el plano del horizonte un ángulo de  $45^\circ$

- a)  $37.5\sqrt{2}cm$
- b) 75 cm.
- c)  $37.5\sqrt{2}cm$
- d) 37.5 cm.

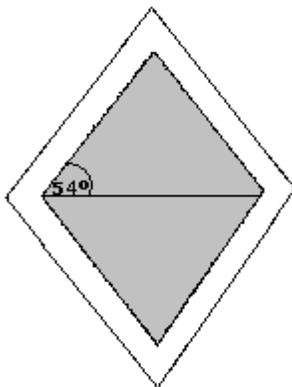
21. En un momento determinado los rayos del sol se proyectan sobre un poste de alumbrado eléctrico produciendo una sombra igual a la tercera parte de su altura.



¿Cuál es el ángulo  $\theta$  formado por los rayos del sol con el horizonte?

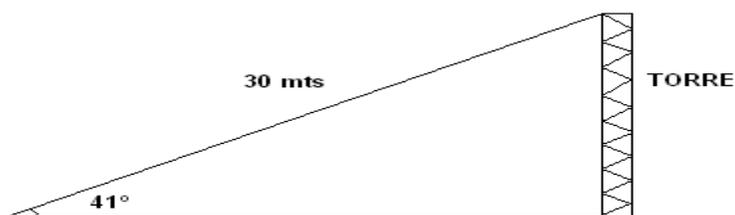
- a)  $\text{Cos}\theta = 0.5 \rightarrow \theta = 60^\circ$
- b)  $\text{Tag}\theta = 3.0 \rightarrow \theta = 71.6^\circ$
- c)  $\text{Sen}\theta = 0.5 \rightarrow \theta = 30^\circ$
- d)  $\text{Tag}\theta = 2.0 \rightarrow \theta = 63.43^\circ$

22. En un parque hay una zona engramada que tiene las características de un rombo. Si la diagonal menor de la zona engramada mide 17 metros y forma un ángulo de  $54^\circ$  con el lado. ¿Cuánto mide la diagonal mayor de la zona engramada?



- a)  $(8.5 \tan 54^\circ)$  metros.  
 b)  $(17 \tan 54^\circ)$  metros.  
 c)  $(34 \operatorname{Sen} 54^\circ)$  metros.  
 d)  $\sqrt{17^2 + 17^2 - 2(17)(17)\operatorname{Cos}108^\circ}$  metros.

23. Un cable tenso de 30 metros de largo está tendido desde el remate de una columna hasta un pin ubicado en el suelo. Si el cable forma un ángulo de  $41^\circ$  con la horizontal, ¿qué altura tiene la columna?



- a) Altura de la columna =  $30 \operatorname{Sen} 41^\circ$  mts.  
 b) Altura de la columna =  $30 \operatorname{Cos} 41^\circ$  mts.  
 c) Altura de la columna =  $\frac{30}{\operatorname{Sen}41^\circ}$  mts.  
 d) Altura de la columna =  $\frac{30}{\operatorname{Cos}41^\circ}$  mts.

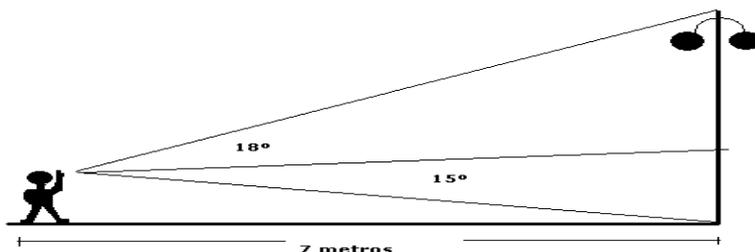
24. En un día del año en que el sol aparece en el horizonte exactamente a las 6:00 AM. Y se oculta exactamente a las 6:00 p.m. Se mide a las 11:00 AM. la sombra que un árbol proyecta, la cual es de 40 metros. Entonces la altura del árbol es:

- a)  $40 \tan 15^\circ$  metros.
- b)  $\frac{40}{\tan 15^\circ}$
- c)  $\frac{40}{\tan 75^\circ}$
- d)  $40 \tan 75^\circ$

25. Usted se encuentra parado a una distancia de 5 kilómetros de una lomita sobre la cual revolotea una golondrina. ¿A qué distancia se encuentra el ave si usted la ve con un ángulo de elevación de  $60^\circ$ ?

- a) 3 kilómetros
- b)  $3\sqrt{3}$  kilómetros.
- c) 9 kilómetros
- d) 10 kilómetros

26. Un estudiante de arquitectura se encuentra en un parque y observa de frente una lámpara. Calcula que el ángulo de elevación de la parte superior de la lámpara es de  $18^\circ$  y que el ángulo de depresión de la base de la misma es de  $15^\circ$ . Si el estudiante se encuentra parado a 7 metros de la lámpara. ¿Cuál es la altura total de la lámpara?



- a)  $\text{Altura} = 7 \tan 33^\circ$  mts.
- b)  $\text{Altura} = 7 \text{ Sen } 33^\circ$  mts.
- c)  $\text{Altura} = (7 \tan 18^\circ + 7 \tan 15^\circ)$  mts.
- d)  $\text{Alturas} = (7 \text{ Sen } 18^\circ + 7 \text{ Sen } 15^\circ)$  mts.

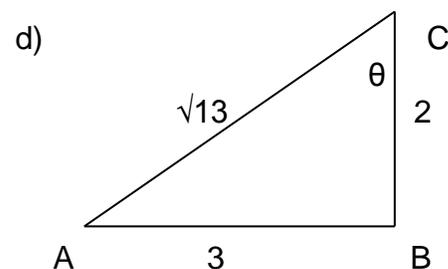
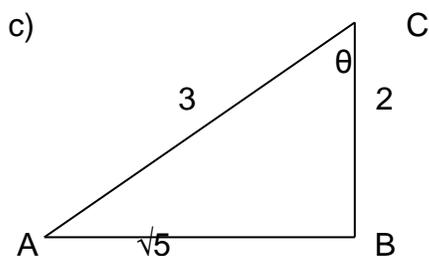
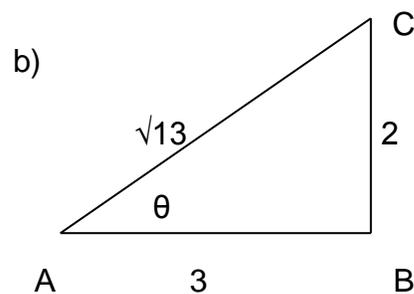
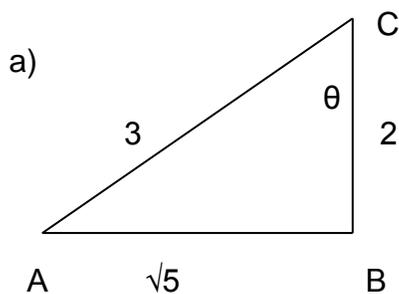
27. Gobernación decide cercar un terreno que tiene forma de triángulo rectángulo donde el lado más largo tiene 15 m y otro de sus lados mide 9 m. ¿Cuánto alambre se necesita para cercarlo con 4 líneas?

- a) 127.7 m
- b) 144 m
- c) 12 m
- d) 30 m

28. Determinar la longitud que debe tener un madero para que, apoyado en la pared, alcance una altura de 6 m al formar con el piso un ángulo de  $60^\circ$

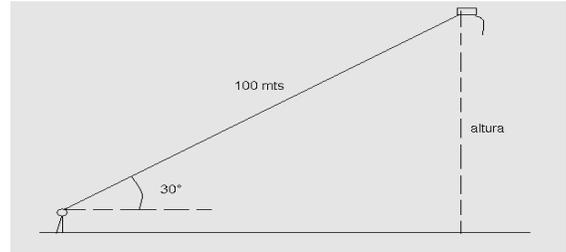
- a) 6mts
- b)  $6\sqrt{3}$ mts
- c)  $3\sqrt{3}$ mts
- d)  $4\sqrt{3}$ mts

29. Si  $\tan \Theta = \frac{2}{3}$ . ¿Cuál de los siguientes triángulos expresa adecuadamente el valor señalado para la  $\tan \Theta$ ?



30. El hilo de una piscucha se encuentra tenso y forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Si el hilo se sostiene a una altura de 2 metros del suelo. ¿Cuál es la altura de la piscucha con respecto al suelo?

- a)  $100 \operatorname{sen} 30^\circ = 50.00 \text{ metros}$   
 b)  $100 \operatorname{cos} 30^\circ + 2 = 88.60 \text{ metros}$   
 c)  $100 \operatorname{sen} 30 + 2 = 52.00 \text{ metros}$   
 d)  $\frac{100}{\operatorname{sen} 30^\circ} + 2 = 202.00 \text{ metros}$

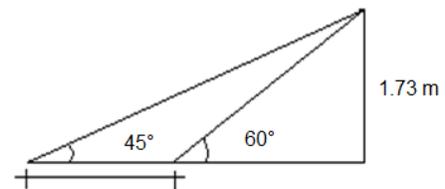


31. Si en el  $\triangle ABC$ , rectángulo en C,  $\operatorname{sen} A = \frac{5}{13}$  entonces  $\operatorname{sec} B$  es igual a:

- a)  $\frac{12}{13}$   
 b)  $\frac{13}{5}$   
 c)  $\frac{5}{13}$   
 d)  $\frac{5}{12}$

32. Un joven de 1.73 m observa en el piso dos objetos. Los ángulos de depresión con que observa dichos objetos miden  $45^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente. Entonces ambos objetos se encuentran separados por una distancia aproximada de:

- a) 0.73 m  
 b) 1.73 m  
 c) 0.50 m  
 d) 1.27 m



33. En un día soleado se proyectan las sombras del asta de un rótulo de 15 m de altura y de una estatua. Si la longitud de la sombra de la estatua es de 8 m y la sombra del asta es de 3 m, ¿Cuál es la altura de la estatua?

- a) 72 m  
 b) 24 m  
 c) 18 m  
 d) 40 m

34. Una de las diagonales de un rombo mide 20 cm y toma un ángulo de  $45^\circ$  con uno de sus lados, entonces su perímetro es:

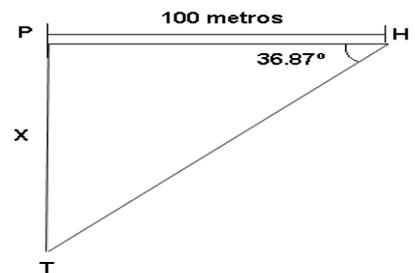
- a)  $15\sqrt{2}cm$
- b)  $30\sqrt{2}cm$
- c)  $40\sqrt{2}cm$
- d)  $120\sqrt{2}cm$

35. El perímetro de un nonágono regular cuya apotema mide 10 cm. Es aproximadamente:

- a) 60.42 cm.
- b) 49.25 cm.
- c) 65.51 cm.
- d) 52.41 cm

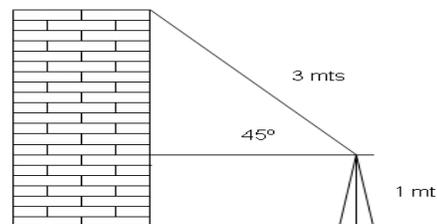
36. Para determinar la distancia de una a otra orilla de un lago, un topógrafo elige dos puntos P y T, uno en cada orilla y directamente opuestos entre sí. En la orilla que contiene a P se elige otro punto H a 100 metros de P, de modo que el segmento rectilíneo PH es perpendicular al segmento PT. El ángulo formado por los lados PT y HT mide  $36.87^\circ$ . La distancia "x" de una a otra orilla del lago es:

- a)  $x = 100 \operatorname{Tg} 36.87^\circ$
- b)  $x = \frac{100}{\operatorname{Tg} 36.87^\circ}$
- c)  $x = \frac{\operatorname{Tg} 36.87^\circ}{100}$
- d)  $x = 100 \operatorname{Sen} 36.87^\circ$

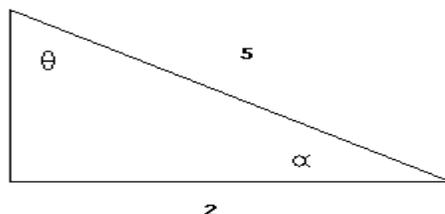


37. ¿Cuál es la altura del muro?

- a)  $\sqrt{2}m$
- b)  $3\sqrt{2}m$
- c)  $\frac{3\sqrt{2}m}{2}$
- d)  $\frac{3\sqrt{2} + 2}{2}m$



38. En el siguiente triángulo rectángulo:



El valor  $\frac{5}{2} + \frac{5}{\sqrt{21}}$  es el resultado de efectuar:

- a)  $\text{Sen } \alpha + \text{Cos } \theta$
- b)  $\text{Tan } \alpha + \text{Sen } \theta$
- c)  $\text{Cos } \alpha + \text{Cos } \theta$
- d)  $\text{Sec } \alpha + \text{Sec } \theta$

39. En un triángulo rectángulo el  $\text{Sen } \theta = \frac{5}{6}$ , ¿Cuál es el valor de la  $\text{Ctg } \theta$ ?

- a)  $\frac{6}{5}$
- b)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$
- c)  $\frac{\sqrt{11}}{5}$
- d)  $\frac{6}{\sqrt{11}}$

40. Una empresa constructora construirá un puente sobre un río. Un Topógrafo ubicado en la copa de un árbol a la orilla del río y de altura 4 metros mide el ángulo de depresión a la otra orilla el cual es de  $30^\circ$ . El ancho  $x$  del río es :

- a)  $x = 4 \tan 30^\circ$
- b)  $x = 4 / \tan 30^\circ$
- c)  $x = \tan 30^\circ / 4$
- d)  $x = 4 \text{sen} 30^\circ$

SE PROHIBE LA REPRODUCCION PARCIAL  
O TOTAL DE ESTE DOCUMENTO DERECHOS RESERVADOS  
PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD  
FRANCISCO GAVIDIA

UNDECIMA EDICION  
LA PRESENTE EDICION CONSTA  
DE 200 EJEMPLARES

MAYO 2015  
SAN SALVADOR, EL SALVADOR, CENTROAMERICA  
CENTRO DE EDUCACION CONTINUA UFG