



COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE GUIA DE TRABAJO 1

Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.

Grado: 2º Bachillerato.
Asignatura: Matemática II
Periodo: I
Fecha de Entrega: 13 de
Marzo de 2015

UNIDAD 1. ESTUDIEMOS SUCESIONES ARITMETICAS Y GEOMETRICAS.

Objetivo de unidad: Utilizar, mediante la deducción y aplicación de su término general, las sucesiones aritméticas y geométricas en la solución de situaciones problemáticas que corresponda a los intervalos específicos.

Material de Apoyo

- Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.
- Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)

Indicadores de logro

- 1.1 Identifica con interés y seguridad una sucesión aritmética.
- 1.2 Describe y explica con seguridad todas las características de cada sucesión aritmética.
- 1.3 Determina con precisión la diferencia entre dos términos consecutivos de una sucesión aritmética.
- 1.4 Deduce y explica con perseverancia y confianza el término general de una sucesión aritmética.
- 1.5 Calcula con seguridad el n-ésimo término de una sucesión aritmética.
- 1.6 Utiliza con seguridad el término general al calcular cualquier término de una sucesión aritmética.
- 1.7 Identifica y calcula con interés todos los medios aritméticos entre dos términos de una sucesión aritmética.
- 1.8 Aplica correctamente y con precisión la fórmula para obtener la suma de los primeros términos de una sucesión aritmética.
- 1.9 Resuelve, con interés y perseverancia, ejercicios y problemas sobre sucesiones aritméticas.
- 1.10 Identifica, explica y describe con interés y seguridad las características de una sucesión geométrica.
- 1.11 Determina con seguridad la razón entre dos términos consecutivos en una sucesión geométrica.
- 1.12 Establece con claridad y seguridad la diferencia entre una sucesión aritmética y una geométrica.
- 1.13 Deduce y explica con interés y seguridad el término general de una sucesión geométrica.
- 1.14 Utiliza con seguridad el término general para calcular cualquier término de una sucesión geométrica.
- 1.15 Identifica y calcula con seguridad e interés los medios geométricos entre dos términos de una sucesión geométrica.
- 1.16 Aplica con precisión la fórmula para la obtención de la suma de los términos de una sucesión geométrica.
- 1.17 Resuelve correctamente y con interés ejercicios y problemas aplicando las sucesiones geométricas.

Evaluación:

Indicaciones.

- ✓ Desarrolle la siguiente guía de trabajo en el cuaderno asignado. (No páginas de papel bond)
- ✓ La entrega del trabajo físico será de forma Individual.
- ✓ Toda tarea entregada en Periodo Extemporáneo será evaluada con la nota mínima de aprobación.
- ✓ Anexar esta hoja en el cuaderno donde entregue su tarea.
- ✓ Todo ejercicio o problema debe acompañarse de su respectivo procedimiento, de lo contrario queda anulado.

Criterios de Evaluación.

- ✓ Orden y aseo 5%
- ✓ Puntualidad 5%
- ✓ Cumplimiento de los Indicadores 90%

1. Escribe los cinco primeros términos de la sucesión.

- a) $a_n = 2 - n$
- b) $a_n = 2 - 2n$
- c) $a_n = \frac{1}{2}n$
- d) $a_n = n^2 + 1$
- e) $a_n = n^3 - 1$
- f) $a_n = 4n^2$
- g) $a_n = n + 2n^2$

2. Observa la siguiente secuencia de cubos



- a) Dibuja los dos términos siguientes de esta secuencia.
- b) ¿Qué regularidad se observa en la secuencia de cubos?
- c) ¿Qué regularidad se observa en la secuencia de caras ocultas?
- d) Completa la siguiente tabla

Cubos	1	2	3	4	5	6	7	8
Nº caras ocultas								

e) Escribe una expresión que indique el número de caras ocultas de acuerdo con el número de cubos. ¿Porque no se encuentra el 1 en el número de caras ocultas?

3. Calcula el sexto término de cada sucesión:

$$a_n = 3n^2$$

$$a_n = n^2 + 4$$

$$a_n = 4n^3 - 8$$

$$a_n = (-1)^n * 2n$$

$$a_n = 3 * \frac{5n}{n^2 + 1}$$

$$a_n = n + 5n^2$$

$$a_n = 2^{n-1}$$

$$a_n = (-1)^{n-1} * 4n$$

$$a_n = \frac{1}{2}(n + 3)^2$$

4. Determinar el número que no pertenece a cada sucesión:

- a) 3, 3, 3, 11, 3, 18, 3, 24, 3, 32, 3, 38, 3
- b) 0, 10, 0, 25, 0, 40, 0, 55, 0, 65
- c) -1, 1, -1, 1, -1, 2, -1, ...
- d) 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 7, 1

5. Encuentra la fórmula que corresponde al término general de cada una de las siguientes sucesiones.

- a) 2,4,6,8, ...
- b) 5,10,15,20,25, ...
- c) 7,14,21,28, ...
- d) 5,5,5,5, ...
- e) $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$
- f) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
- g) $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{16}, \dots$

6. Encuentra la suma de los cincuenta primeros términos

- a) $[a_n] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$
- b) $[a_n] = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$
- c) $[a_n] = \{5, 9, 13, 17, \dots\}$

7. Calcular el valor de cada sumatoria.

- a) $\sum_{n=1}^8 n$
- b) $\sum_{n=3}^6 4n$
- c) $\sum_{n=4}^7 (n^2 + 1)$
- d) $\sum_{n=1}^6 \frac{n}{n+1}$
- e) $\sum_{n=1}^6 \frac{n(n+1)}{2}$
- f) $\sum_{n=2}^4 (3n - n^2)$
- g) $\sum_{n=0}^4 \frac{(-1)^n}{2^n}$
- h) $\sum_{n=2}^5 \frac{5n}{n+3}$
- i) $\sum_{n=1}^8 (7n + 4)$
- j) $\sum_{n=3}^6 \frac{(-1)^{n+n^2}}{n-1}$

8. Escribe V si la afirmación es verdadera, o F, si es falsa. Justifica tu respuesta.

- a. La suma $1 * 2 + 3 * 4 + 5 * 6 + 7 * 8$ se puede escribir como $\sum_{n=1}^8 (2n - 1)(2n)$
- b. La expresión $\sum_{n=1}^{100} n^2$ corresponde a la suma de los cien primeros términos de la sucesión $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$
- c. La sumatoria $\sum_{n=1}^3 (7n - 5)$ se puede calcular con la expresión $7 \sum_{n=1}^3 n - \sum_{n=1}^3 5$
- d. La suma $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ equivale a la expresión $\sum_{n=1}^4 \frac{n}{n+1}$
- e. La suma de los cinco primeros términos de la sucesión $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ equivale a $\frac{41}{81}$

f. La expresión $\sum_{n=1}^4 (2 + 3n)$ corresponde a la suma de los cuatro primeros términos de la sucesión 5, 10, 15

g. La suma $1 + 8 + 27 + 64 + 125$ se puede escribir como $\sum_{n=1}^5 n^3$

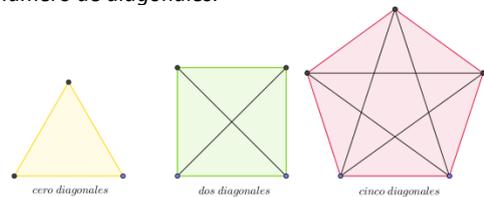
9. Encuentra el valor de cada sumatoria si $a_n = 3n$ y $b_n = \frac{1}{n}$. Utiliza las propiedades que correspondan.

- a) $\sum_{n=1}^3 4a_n$
- b) $\sum_{n=2}^5 (a_n + b_n)$
- c) $\sum_{n=1}^3 \frac{1}{b_n}$
- d) $\sum_{n=1}^4 (2a_n + 3b_n)$
- e) $\sum_{n=2}^4 \frac{1}{3a_n}$
- f) $\sum_{n=3}^5 (a_n + 2b_n)$
- g) $\sum_{n=3}^4 (\frac{1}{5} a_n + 3b_n)$
- h) $\sum_{n=2}^5 (5a_n + 1)$
- i) $\sum_{n=3}^5 (-2)a_n$
- j) $\sum_{n=4}^6 (a_n + 4b_n)$

10. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Gladys se ha comprado un caballo y quiere herrarlo. Tiene que ponerle 20 clavos. El primero le cuesta cinco centavos de dólar y cada uno de los restantes, tres centavos de dólar más que el anterior ¿Cuánto paga en total por herrar el caballo?
- b. El numero inicial de usuarios de un polideportivo los fines de semana fue de 150 personas, y aumento en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces ¿Cuántas personas hubo la semana 12? ¿Cuántos usuarios en total hubo en las diez primeras semanas?

11. Relaciona los polígonos regulares de "n" lados con su número de diagonales.



a. Complete la tabla

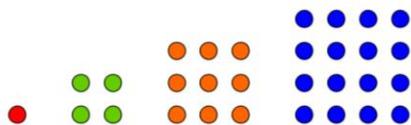
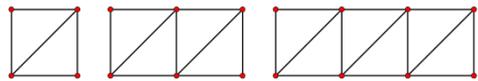
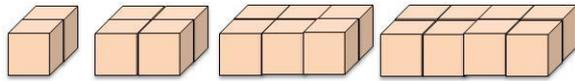
Polígono regular de "n" lados	3	4	5	6	7	8	9
Diagonales del polígono							

- b. Halla el número de diagonales que tiene un polígono regular de 18 lados.
- c. Obtén una fórmula que relacione el número de lados de un polígono con su número de diagonales.
- d. Determina si la sucesión anterior es una progresión aritmética.

12. Resuelve.

- Halla el número de múltiplos de 20 que tienen tres cifras.
- Determina cuantos múltiplos de 3000 tienen cuatro cifras.
- Escribe el número de múltiplos de 7 de dos cifras.

13. Observa la secuencia gráfica y dibuja los dos términos siguientes.

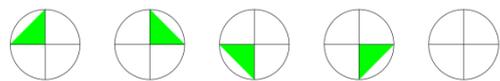
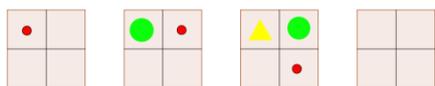


14. Escribe el valor que debe tener "m" para que cada sucesión sea una progresión aritmética.

- $2(m - 1), m^2 + 1, 5m + 1$
- $a_n = 2n^m + 1$

15. Observa y analiza el ejemplo. En una secuencia grafica se puede determinar la figura siguiente, haciendo observaciones y analizando las figuras que hacen parte de las secuencias.

Dibuja la figura que debe seguir en la secuencia Grafica.



16. La escuela pitagórica fue una agrupación de personas, todas ellas discípulas de Pitágoras.

Los pitagóricos afirmaban que en el fondo del mundo material, el número es lo único accesible al intelecto, es decir, que los números son la esencia de todas las cosas.

Los pitagóricos tenían una noción intuitiva de números asociada a un punto.

Por ello, a determinados grupos de números los representaban mediante figuras geométricas. Los números

enteros que se representaban mediante triángulos equiláteros fueron llamados números triangulares. Por ejemplo: 3, 6, 10, 15, ... pues:

$$\begin{aligned} 3 &= 1 + 2 \\ 6 &= 1 + 2 + 3 \\ 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\ 15 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \end{aligned}$$

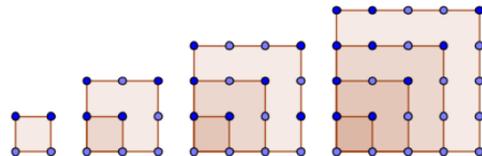
La representación de dichos números fue:



Los números enteros que se representaban como cuadritos se denominaban números cuadrados. Por ejemplo 4, 9, 15, 25, ... pues:

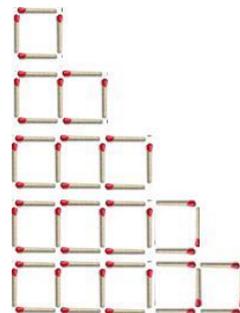
$$\begin{aligned} 4 &= 1 + 3 \\ 9 &= 1 + 3 + 5 \\ 16 &= 1 + 3 + 5 + 7 \\ 25 &= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 \end{aligned}$$

La representación gráfica de dichos números fue:



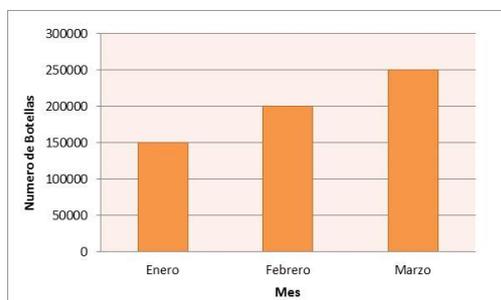
- Escribe los cinco términos siguientes de la sucesión indicada de números triangulares.
- ¿La sucesión de números triangulares es una progresión aritmética? ¿Por qué?
- Escribe los cinco términos siguientes de una sucesión de números cuadrados.
- ¿La sucesión de números cuadrados es una progresión aritmética? ¿Por qué?
- ¿Cómo se pueden determinar los números pentagonales?

17. Observa la siguiente sucesión de cuadrados construidos con fósforos.



- Escribe la sucesión formada por el número de fósforos de cada fila de cuadrados.
- ¿Esta sucesión es una progresión aritmética?
- ¿Cuántos fósforos son necesarios para construir 20 cuadritos?
- Escribe la fórmula del n-ésimo término.
- ¿Cuántos cuadros se forman con 124 fósforos?

18. Realiza las interpolaciones en tu cuaderno.
- Cinco medios aritméticos entre 4 y 22
 - Seis medios aritméticos entre 14 y 63
 - Cuatro medios aritméticos entre 1 y 9
 - Tres medios aritméticos entre 3 y 11
 - Nueve medios aritméticos entre -9 y 10
19. Escribe los números que hacen falta en la sucesión, para ello usa la interpolación.
- 4, , , , , 19
 - 1, , , , , 33
 - $\frac{5}{3}, , , , , \frac{10}{3}$
 - 20, , , , , -8
 - $\frac{1}{4}, , , , , \frac{13}{4}$
20. Calcula en tu cuaderno la suma de:
- Los 10 primeros términos de 1, 2, 3, 4, ...
 - Los 19 primeros términos de -10, -9, -8, ...
 - Los 2 primeros términos de 40, 16, -8, ...
 - Los 20 primeros términos de -6, -14, -23, ...
 - Los 30 primeros términos de 22, 32, 42, ...
21. Resuelve los siguientes problemas.
- Calcula el perímetro de un cuadrilátero si sus lados están en progresión aritmética cuya diferencia es 12 cm y su menor lado mide 6.
 - El futbolista de la foto está entrenando diariamente con ejercicios de resistencia. Cada día debe recorrer 200m más que el día anterior. Si el primer día recorrió 814m ¿Cuánto habrá recorrido al finalizar la segunda semana?
 - Otro futbolista tiene como exigencia hacer 250m de carrera que el día anterior. Si al terminar la semana hizo 2,150m ¿Cuánto recorrió al empezar la semana?
 - Pablo y Fabián leen un libro, pablo lee 50 paginas diarias mientras que Fabián lee 10 paginas el primer día, 20 el segundo, 30 el tercero y así sucesivamente ¿Qué día llegaron ambos a la misma página si empiezan a leer el 6 de octubre?
 - El siguiente diagrama de barras muestra la cantidad de botellas de gaseosa producidas por una fábrica en el año 2000. Si esta fábrica, durante dos años, aumento su producción en forma continua, hallar la producción total de los dos años.



- Un cuerpo en caída libre recorre aproximadamente 5m en el primer segundo, y en cada segundo recorre 10m más que el segundo anterior. Si se deja caer un objeto en caída libre desde un edificio y se observa que tarda 7 segundos en llegar al suelo, hallar la altura del edificio y la distancia recorrida por el objeto.

- Un ebanista hizo 32 sillas de madera para un salón de conferencias. Por la primera silla cobro \$100 y por cada una de las demás \$2 más que la anterior ¿Cuánto cobro el ebanista por su trabajo?
- Un examen de admisión duro 4 horas. Marcos respondió 23 preguntas en la primera media hora, 20 en la segunda media hora, 17 en la tercera media hora y siguió con el mismo ritmo porque tenía grandes dificultades. Tuvo dos respuestas malas. ¿Cuál fue el puntaje obtenido si por cada respuesta acertada tenía 20 puntos y las no acertadas le restaban 5 puntos cada una? Si necesita un puntaje igual o superior a 1900 ¿Marcos ingreso a la universidad?
- A Miriam le ofrecieron trabajo en dos empresas. Una le ofreció \$12,000 anualmente y le da un aumento de \$300 al año, la otra le ofrece \$10,000 y un aumento de \$600. En cinco años ¿Cuál empresa le habrá pagado más?
- Un obrero empaca 50 productos el primer día, el segundo día empaca 60 y cada día del resto de la semana empaca 10 productos más que el día anterior. Otro obrero con mucho más tiempo en la fábrica empaca 80 diarios ¿Quién habrá empacado más en 7 días?
- Si la suma de los cinco términos de una progresión aritmética es 300 y el primer término es 40 ¿Cuáles son los términos?

22. Identifica cuales de las siguientes progresiones son geométricas.

- $\{a_n\} = \{3, 6, 12, 24, \dots\}$
- $\{a_n\} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{36}, \dots\right\}$
- $\{a_n\} = \left\{-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \dots\right\}$
- $\{a_n\} = \left\{-1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots\right\}$
- $\{a_n\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots\right\}$

23. Completa la tabla con los términos de cada progresión aritmética.

a_1	a_n	n	r
	112	5	$\frac{1}{2}$
	30	4	-4
	64/2, 187	9	2/3
	2/9	5	1/3
	302	6	-3
	404	7	-1/4

24. Hallar el término indicado en cada progresión.
- El término 9º de 2, -4, 8, -16, ...
 - El término 5º de 14, 4, 1, ...
 - El término 14º de 6, 12, 24, 48, ...
 - El término 10º de $-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{12}, \dots$
 - El término 6º de $-10, \frac{10}{3}, \dots$

25. Encuentre la razón geométrica de cada progresión.

- $\{a_n\} = \left\{54, -27, \frac{27}{2}, \dots\right\}$
- $\{a_n\} = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \dots\right\}$
- $\{a_n\} = \left\{54, -27, \frac{27}{2}, \dots\right\}$

26. Indica si la razón hallada corresponde a los términos de una progresión geométrica. Justifica tu respuesta.

- $a_1 = 2, a_6 = 64, r = 2$
- $a_1 = 5, a_8 = 640, r = \frac{1}{2}$
- $a_1 = 1, a_6 = 16,807, r = -7$
- $a_1 = 3, a_5 = -\frac{1}{8}, r = -\frac{1}{3}$

27. Indica el valor de "n" para cada progresión geométrica.

- $a_1 = 2, a_n = 243, r = 3$
- $a_1 = \frac{3}{4}, a_n = 384, r = 2$
- $a_1 = \frac{1}{7}, a_n = 7, r = 7$
- $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = 32, r = 2$
- $a_1 = 3, a_n = 81, r = 3$

28. Encuentra x, de modo que $x + 7, x - 3, x - 8$ forme una progresión geométrica de tres términos en el orden dado, luego escribe la progresión.

29. Encuentra la razón de las sucesiones.

- 5, 25, 125, ... ¿Cuál es la razón x?
- 2, 2, -2, 2, ... ¿Cuál es la razón y?
- Calcular $x^y + y^x$

30. Calcula

- a_5 si el primer termino es 100 y la razón es $\frac{1}{10}$
- a_4 si el primer termino es 5 y la razón es $\frac{3}{5}$
- a_6 si el primer termino es 2 y la razón es $\frac{1}{4}$
- a_4 si el primer termino es -20 y la razón es $-\frac{5}{4}$
- a_7 si el primer término es $\frac{3}{4}$ y la razón es $\frac{1}{3}$

31. Encuentra los medios geométricos en tu cuaderno.

- 2 medios geométricos entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{16}{375}$
- 4 medios geométricos entre 5 y 15,625
- 5 medios geométricos entre 1 y 128
- 4 medios geométricos entre -7 y -224
- 3 medios geométricos entre $\frac{1}{4}$ y 4
- 2 medios geométricos entre $\frac{1}{9}$ y 3
- 3 medios geométricos entre -2 y -162
- 4 medios geométricos entre -1 y 32

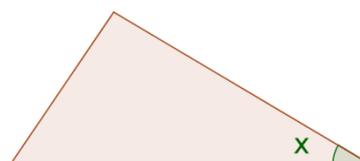
32. Hallar la suma de:

- Los seis primeros términos de 1, 3, 9, ...
- Los siete primeros términos si $a_1 = 3$ y $r = -\frac{1}{3}$
- Los ocho primeros términos de $a_1 = \frac{1}{2}$ y $r = -\frac{1}{3}$
- Los once primeros términos de 82, -64, ...

33. Resuelve los siguientes problemas.

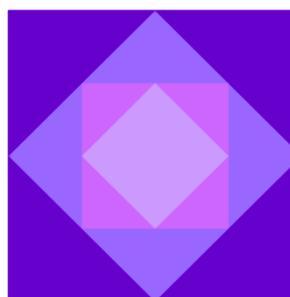
- Una pelota de plástico cae desde una altura de 1m. en cada rebote se eleva la tercera parte de la altura anterior ¿Cuánto se elevara luego del cuarto rebote?

- Un banco reduce el pago de los préstamos a sus clientes responsables, de tal manera que si pagan sus cuentas antes de fin de mes pagarán solo los $\frac{4}{5}$ del mes anterior. ¿Qué fracción del total pagaran el quinto mes?
- Un canguro cansado de saltar llega a una altura equivalente a las $\frac{2}{3}$ partes de la altura anterior. ¿Qué fracción representa el quinto salto de dicho canguro?
- Un estudiante busca superarse. Para ello se pone a leer el doble de número de páginas de obras literarias que la semana anterior. Al cabo de cuatro semanas ¿Qué fracción representa el incremento de su lectura?
- Una pelota cae desde 96m de altura. La altura alcanzada en los distintos rebotes están en progresión geométrica. Si en el séptimo rebote alcanza $\frac{3}{2}$ m ¿Qué altura alcanza en cada rebote intermedio?
- Observa el triángulo.



Los ángulos internos están en progresión geométrica de razón 2. Calcular el valor del ángulo menor x.

34. Usa la información para calcular la suma de las áreas de los cuatro cuadrados. Esa figura tiene un área de 64cm^2 , es decir, cada lado mide 8cm. Un segundo cuadrado es construido al unir los puntos medios de los lados del primero, un tercer cuadrado al unir en orden los puntos medios de los lados del segundo y así sucesivamente.



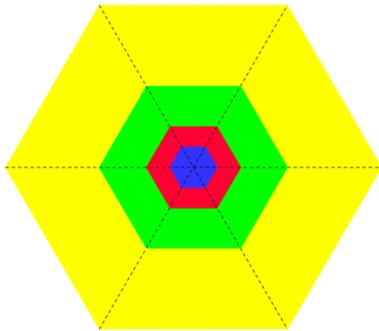
35. Resuelve los siguientes problemas.

- un obrero debe comprar un taladro. Para ello decide ahorrar cada mes cierta cantidad de dinero que mensualmente superara los 27. ¿Cuánto ahorro en el octavo mes?
- Una profesora decide reducir ocho ejercicios mensuales de la cantidad de trabajo que deja a sus alumnos. Si en el cuarto mes realizaron 102 ¿Cuántos ejercicios realizaron los alumnos el primer mes? ¿y cuantos resolverán el séptimo mes?
- un caracol asciende por el tronco de un árbol 3m durante el día y desciende 2m por la noche. Si luego de siete días llego a la parte más alta ¿Cuál es la altura del árbol?

- d) Este mes, Stella esta con una suerte envidiable. En cada torneo o evento diario que se presenta, gana \$8 más de lo que tiene del torneo anterior. Al cabo de 15 días tiene \$1,306 ¿Con cuánto dinero comenzó a participar? ¿Cuánto tendrá al finalizar el mes si los torneos continúan?
- e) Un jugador cada vez que apuesta dinero pierde la cantidad anterior. ¿Qué fracción del total representa su pérdida en la séptima apuesta?

36. Resuelve.

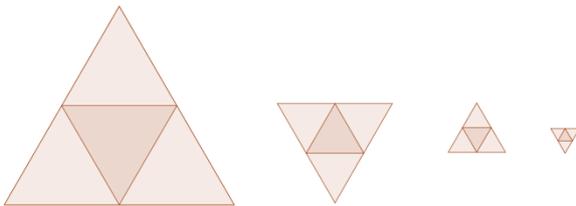
Sobre un hexágono regular de área $1,536\text{cm}^2$ se construyen otros con los puntos medios de los triángulos equiláteros que los conforman y se continúa la misma construcción indefinidamente.



- a) Escribe los cinco primeros términos de la progresión área del hexágono, si se sabe que el área del primero es de $1,536\text{cm}^2$
- b) Cuál es el termino enésimo de la progresión
- c) Hallar el área del décimo Hexágono
- d) Cuál es la suma de las áreas de los primeros cinco hexágonos si $a_1 = 384\text{cm}^2$
- e) Si el área del Hexágono más grande tiene un área de 1.5cm^2 y el sexto un área de $\frac{1}{62}\text{cm}^2$, Calcule el área del segundo, tercero, cuarto y quinto Hexágono

37. Completa la tabla a partir de la siguiente información.

En un triángulo equilátero se marcan los puntos medios de los lados y se construye otro triángulo; así sucesivamente como se muestra a continuación.



- a. La siguiente progresión ¿Es aritmética o geométrica?

Triangulo	1	2	3	...	8
Área en cm^2	8,192				

- b. la siguiente progresión es ¿aritmética o geométrica?

Triangulo	1	2	3	...	5	6	7	8
Perímetro en cm	9							

- d. Si un lado del segundo triangulo mide 20cm ¿Cuál será el perímetro del sexto triangulo?

- e. Si el perímetro del quinto triangulo es 25cm ¿Cuál es el perímetro del primer triangulo?

38. Escribe el literal de cada clase de números "figurados"

