UNIDAD 3

RESOLVAMOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCOGNITAS

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 9º Grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 1. RESOLVAMOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS ***Objetivo de unidad:*** *Proponer alternativas de solución a situaciones problemáticas de la vida diaria aplicando las ecuaciones de primer grado en una variable y sistemas de ecuaciones de primer grado en dos variables, utilizando los diferentes métodos de solución y valorar el aporte de los demás.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
1. Determinantes. • *Elementos y orden.* • *Filas, columnas y diagonales.*	✓ *Explicación del proceso de formación de un determinante.* ✓ *Identificación de los elementos de los determinantes: filas, columnas, diagonales y orden.*	✓ *Confianza al explicar el proceso de formación de un determinante.* ✓ *Seguridad al identificar los elementos de un determinante.*
1.1 Segundo orden. *2 x 2 aplicando la diferencia del producto de sus diagonales.*	✓ *Resolución de ejercicios y problemas aplicando determinantes de 2 x 2,*	✓ *Orden y precisión al resolver ejercicios y problemas de determinantes de 2 x 2.*
1.2 Tercer orden. *3 x 3 aplicando la regla de Sarrus.*	✓ *Resolución de ejercicios y problemas aplicando determinantes de 3 x 3*	✓ *Orden y precisión al resolver ejercicios y problemas de determinantes de 3 x 3.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Explica el proceso de formación de un determinante.* ✓ *Identifica los elementos de los determinantes: filas, columnas, diagonales y orden.* ✓ *Resuelve ejercicios y problemas aplicando determinantes de 2 x 2,* ✓ *Resuelve ejercicios y problemas aplicando determinantes de 3 x 3*	***Material de Apoyo*** • *Libro de Texto Santillana 9º. Pioneros*
Indicadores de logro. *1.0 Explica el proceso de formación de un determinante.* *2.0 Identifica los elementos de los determinantes: filas, columnas, diagonales y orden.* *3.0 Muestra Confianza al explicar el proceso de formación de un determinante.* *4.0 Muestra Seguridad al identificar los elementos de un determinante.* *5.0 Resuelve ejercicios y problemas aplicando determinantes de 2 x 2,* *6.0 Muestra Orden y precisión al resolver ejercicios y problemas de determinantes de 2 x 2.* *7.0 Resuelve ejercicios y problemas aplicando determinantes de 3 x 3* *8.0 Muestra Orden y precisión al resolver ejercicios y problemas de determinantes de 3 x 3.*	***Evaluación:*** • *Resumen Teórico (libro de texto) 30%* • *Desarrollo Practico 30%* *Criterios.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%* • *Prueba Objetiva 30%* • *Auto evaluación 5%* • *Heteroevaluacion 5%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1. Determinantes.

Una matriz nxm *es un conjunto de elementos ordenados en una tabla de m filas (horizontales) y n columnas (verticales). Son ejemplos de matrices las siguientes*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 6 \\ 7 & 8 & 0 & 6 \\ 1 & 9 & 5 & 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Si una matriz posee igual número de filas y columnas entonces decimos que la matriz es cuadrada.
Si la matriz es cuadrada se le puede asignar un número, al que se llama DETERMINANTE
Un determinante es un número que resulta de hacer ciertas cuentas con los elementos de una matriz cuadrada. Una determinante es una Notación matemática formada por una tabla cuadrada de números u otros elementos, entre dos líneas verticales. Un determinante se simboliza asi: $\det(A)$ *siendo A la matriz de la cual se calcula el determinante.*

Los siguientes arreglos son Determinantes:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \qquad \det(B) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \qquad \det(C) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Suponga que el siguiente arreglo es una Determinante.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

- *Cada elemento posee una ubicación dentro del arreglo denotado por un subíndice que indica la fila a la que pertenece seguido de la columna en la que se ubica (fila, columna). Así por ejemplo el componente* $\boldsymbol{a_{21}}$ *indica que el elemento pertenece a la fila dos, columna uno.*

- *Las columnas de una determinante están constituidas por las cantidades que están en una misma línea vertical. En la expresión anterior los elementos* $\boldsymbol{a_{11}}, \boldsymbol{a_{21}}$ *forman la primera columna y los elementos* $\boldsymbol{a_{12}}, \boldsymbol{a_{22}}$ *forman la segunda columna.*

- *Las filas de una determinante están constituidas por las cantidades que están en una misma línea horizontal. En la expresión anterior los elementos* $\boldsymbol{a_{11}}, \boldsymbol{a_{12}}$ *forman la primera fila y los elementos* $\boldsymbol{a_{21}}, \boldsymbol{a_{22}}$ *forman la segunda fila.*

- *El orden de una determinante cuadrada es el número de elementos de cada fila o columna.* En el ejamplo, dado que cada columno y cada fila tienen dos elementos, entonces “la determinante es de orden 2”

- *Los arreglos cuadrados de los determinantes tienen una diagonal principal. En la expresión anterior los elementos $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ forman la diagonal principal del determinante.*

Los determinantes fueron originalmente investigados por el matemático japonés Seki Kowa alrededor de 1683 y, por separado, por el filósofo y matemático alemán Gottfried Wilhhelm Leibniz alrededor de 1693.

1.1 Determinante de Orden 2.

Dada una matriz $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, su determinante se calcula de la siguiente forma:

$$\boxed{\det(A)=ad-bc}$$

Ejemplo:

$$A=\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} \qquad \det(A)=(3)(1)-(-5)(9)=3-(-45)=3+45=48$$

"El determinante de una matriz cuadrada de orden 2 es igual al producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria"

¿Para qué sirve? Nos va a proporcionar un método rápido para resolver sistemas de ecuaciones de primer grado en dos variables, que se llama la ***regla de Cramer.***

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 1.
Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- ✓ *Calcule el determinante en cada caso. Además defina lo siguiente*
- ✓ *¿Quiénes son los elementos de las filas?*
- ✓ *¿Quiénes son los elementos de las columnas?*
- ✓ *Defina el componente $\boldsymbol{a_{11}}, \boldsymbol{a_{12}}, \boldsymbol{a_{21}}, \boldsymbol{a_{22}}$*

$$A=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \qquad F=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \qquad I=\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 3 \\ 7 & \frac{-2}{7} \end{bmatrix} \qquad L=\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \qquad E=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \qquad J=\begin{bmatrix} -\frac{7}{3} & -2 \\ 8 & \frac{-2}{5} \end{bmatrix} \qquad M=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{vmatrix} m & -n \\ p & -q \end{vmatrix} \qquad G=\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \qquad N=\begin{bmatrix} \frac{2}{9} & 7 \\ \frac{1}{4} & -3 \end{bmatrix}$$

$$D=\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} \qquad H=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \qquad K=\begin{bmatrix} -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{5}{3} & \frac{-5}{2} \end{bmatrix}$$

1.2 Determinante de Orden 3

*La **regla de Sarrus** es un método fácil para memorizar y calcular el determinante de una matriz 3×3. Recibe su nombre del matemático francés Pierre Frédéric Sarrus..*

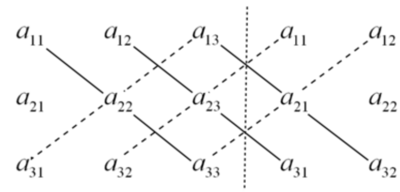
Considérese la matriz 3×3:

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Su determinante se puede calcular de la siguiente manera:

$$\det = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

En primer lugar, repetir las dos primeras columnas de la matriz a la derecha de la misma de manera que queden cinco columnas en fila. Después sumar los productos de las diagonales descendentes (en línea continua) y sustraer los productos de las diagonales ascendentes (en trazos). Esto resulta en:



$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 2.
Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- ✓ *Calcule el determinante en cada caso. Además defina lo siguiente*
- ✓ *¿Quiénes son los elementos de las filas?*
- ✓ *¿Quiénes son los elementos de las columnas?*
- ✓ *Defina el componente* $\boldsymbol{a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}}$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 5 \\ -6 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 3/7 & -5 & -2 \\ -3 & 0 & 6 \\ 4 & -2 & 5/2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 3/2 & -5 & -1/3 \\ -3 & 1 & 6 \\ -4 & -7 & -4/5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 7 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 1/3 & 5 & -1 \\ -3 & 1 & -2/5 \\ 3/2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \quad H = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} & 7 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 4 & \frac{3}{4} & -2 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 2 & -1/2 & 1 \\ -3 & 3/7 & 6 \\ 0 & -2/3 & -3 \end{bmatrix}$$

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL GUION DE CLASE *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 9º Grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:_______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 1. RESOLVAMOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS ***Objetivo de unidad:*** *Proponer alternativas de solución a situaciones problemáticas de la vida diaria aplicando las ecuaciones de primer grado en una variable y sistemas de ecuaciones de primer grado en dos variables, utilizando los diferentes métodos de solución y valorar el aporte de los demás.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
3. Ecuaciones de Primer grado en Una Variable.	✓ *Utilización de Ecuaciones de primer grado en una variable para solucionar problemas del entorno.*	✓ *Seguridad y precisión al resolver Ecuaciones de primer grado en una variable.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *utilizar Ecuaciones de primer grado en una variable para solucionar problemas del entorno.* ✓ *Mostrar Seguridad y precisión al resolver Ecuaciones de primer grado en una variable.*	***Material de Apoyo*** • *Libro de Texto Matematica. Santillana 9º Pioneros*
Indicadores de logro. ✓ *Utiliza Ecuaciones de primer grado en una variable para solucionar problemas del entorno.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
13. Bienvenida y asistencia	
14. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
15. Exploración de Conocimientos Previos	
16. Introducción a la temática	
17. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
18. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 2. Ecuaciones de Primer Grado en una Variable.

Una ecuación de primer grado en una variable es una igualdad en la que interviene una letra, llamada incógnita, y cuyo exponente es uno. Dado que el grado de la ecuación es uno y solo posee una incógnita, la variable tomara a los sumo uno o ningún valor.

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que cumple la ecuación.

Para resolver una ecuación de primer grado, **transponemos términos**, lo que consiste en pasar a un miembro (normalmente, al izquierdo) todos los términos con x, y al otro miembro (el derecho), todos los números o términos independientes (términos sin x).

Se deberán tener en cuenta las siguientes reglas.

- **Regla de la suma:** un término que está **sumando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **restando**, y si está **restando** pasa **sumando**.
- **Regla del producto:** un término que está **multiplicando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **dividiendo**, y si está **dividiendo** pasa **multiplicando**.

EJEMPLO

Resuelve esta ecuación de primer grado por transposición: $5x - 3 = 3x + 11$

- Sumamos 3 en los dos miembros:

$$5x - 3 + 3 = 3x + 11 + 3 \rightarrow 5x = 3x + 14$$

- Para eliminar el término con x del segundo miembro, restamos $3x$ en ambos miembros:

$$5x - 3x = 3x + 14 - 3x \rightarrow 2x = 14$$

- Para despejar la incógnita x, dividimos ambos miembros de la ecuación entre 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7$$

1 **Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones de primer grado.**

a) $7x - 1 = 9 - 3x$

b) $5 - 3x = 1 - x + 9 - 3x$

c) $x - 10 = 3x - 7 + 8x - 13$

d) $75 - 37x + 25 - 12x = 318 + x - 10 + 2x$

e) $4x - 18 + x - 7 = 25 - 5x$

f) $5x - 30 + 35 - 10x = 45x - 20 + 65 - 10x$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS

Para resolver una ecuación de primer grado que contiene paréntesis, en primer lugar hay que quitarlos, poniendo atención en los cambios de signo cuando haya un signo negativo delante del paréntesis.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$

- Quitamos los paréntesis: $2 + x - 5x + 5 = 3x + 3 + x - 4$
- Reducimos términos semejantes: $-4x + 7 = 4x - 1$
- Transponemos términos: $-4x - 4x = -1 - 7 \rightarrow -8x = -8$
- Despejamos la x: $x = \dfrac{-8}{-8} = 1$
- Comprobamos la solución:

$$(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$$
$$(2 + 1) - 5(1 - 1) = 3(1 + 1) + (1 - 4)$$
$$3 - 0 = 3 \cdot 2 - 3 \rightarrow 3 = 6 - 3 = 3 \rightarrow 3 = 3$$

La solución es correcta, porque el resultado final de las operaciones es el mismo número en ambos miembros de la ecuación.

1 **Resuelve las ecuaciones de primer grado, comprobando la solución.**

a) $(3 - x) + 2(x - 1) = (x - 5) + 2x$

b) $(7 - 6x) - 5(x + 2) = 3(x + 2) - 2x$

c) $2(5 - x) = 19 - 3(x + 5)$

d) $7x - (5 - x) = 4 - (x + 3)$

e) $2(x - 5) - 3(1 - x) = 17$

f) $6(12x - 81) = 80x + 2$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Para eliminar los denominadores, hay que calcular su mínimo común múltiplo (m.c.m.) y multiplicar los dos miembros de la ecuación por dicho valor.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $\dfrac{x-5}{3} - 2 = \dfrac{x+1}{2} + 1$

- Calculamos el m.c.m. $(2, 3) = 6$
- Multiplicamos los dos miembros de la ecuación por 6:

$$\frac{6(x-5)}{3} - 6 \cdot 2 = \frac{6(x+1)}{2} + 6 \cdot 1 \qquad 2(x-5) - 12 = 3(x+1) + 6$$

- Quitamos los paréntesis: $2x - 10 - 12 = 3x + 3 + 6$
- Reducimos términos semejantes: $2x - 22 = 3x + 9$
- Transponemos términos: $2x - 3x = 9 + 22 \rightarrow -x = 31 \rightarrow x = -31$
- Comprobamos la solución: $\dfrac{x-5}{3} - 2 = \dfrac{x+1}{2} + 1 \rightarrow \dfrac{-31-5}{3} - 2 = \dfrac{-31+1}{2} + 1$

$$\frac{-36}{3} - 2 = \frac{-30}{2} + 1 \rightarrow -12 - 2 = -15 + 1 \rightarrow -14 = -14$$

2 **Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando las soluciones.**

a) $\dfrac{3x-1}{5} = \dfrac{2x+1}{3}$

b) $\dfrac{x-1}{5} + \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{x}{2} - \dfrac{x+4}{30}$

c) $\dfrac{x}{3} + 1 = \dfrac{x+2}{5} - \dfrac{x-3}{2} + \dfrac{2x}{6}$

3 **Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores, y comprueba el resultado.**

a) $2\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + 3\left(x - \dfrac{3}{2}\right) = 2\left(x + \dfrac{1}{2}\right) - \left(x - \dfrac{3}{2}\right)$

b) $\left(x+\frac{1}{5}\right)-\left(2x-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{5}\left(\frac{7}{2}x+1\right)$

c) $\frac{2x+1}{3}-\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{x-1}{6}-\frac{x}{4}$

d) $\frac{3x-1}{2}+2\left(1-\frac{x}{2}\right)=3\left(\frac{x-2}{5}\right)+3$

Resolución de Problemas Aplicando Ecuaciones Lineales de Primer Grado en una Variable.

Recuerda los cuatro pasos que debes dar para resolver un problema correctamente:

a) **Leer** detenidamente el enunciado.
b) **Plantear** el problema, en este caso, la ecuación.
c) **Resolver** el problema, en este caso, la ecuación.
d) **Comprobar** el resultado.

EJEMPLO

Halla un número tal que si a sus dos terceras partes se les resta 1, obtenemos 11.

ENUNCIADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El número	x
$\frac{2}{3}$ partes del número	$\frac{2x}{3}$
$\frac{2}{3}$ partes del número menos 1	$\frac{2x}{3}-1$
$\frac{2}{3}$ partes del número menos 1 **es igual** a 11	$\frac{2x}{3}-1=11$

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{2x}{3}-1=11 \rightarrow \frac{2x}{3}=12 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2x=36 \rightarrow x=18$$

Comprobamos la solución:

$$\frac{2\cdot 18}{3}-1=11 \rightarrow \frac{36}{3}-1=11 \rightarrow$$
$$\rightarrow 12-1=11 \rightarrow 11=11$$

<u>Problemas de Ampliación.</u>

1. *Un número multiplicado por 5 sumado con el mismo número multiplicado por 6 da 55. ¿Cuál es el número?*
2. *¿Qué número se debe restar de p+2 para obtener 5?*
3. *El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?*
4. *Tres números impares consecutivos suman 81. ¿Cuáles son los números?*
5. *El doble de un número más el triple de su sucesor, más el doble del sucesor de éste es 147. Hallar el número.*
6. *La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 103. ¿Cuáles son los números?*
7. *En el triángulo ABC, los lados* $\overline{AB}=3\overline{BC}$ *y* $\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$*. Si su perímetro es 84 m. ¿Cuánto mide cada lado?*

8. *Si el lado de un cuadrado se duplica, su perímetro aumenta 40 m. Calcular la medida del lado del cuadrado.*
9. *Las dimensiones de un rectángulo están en la razón 3 : 5 y su perímetro es 140 m. Calcular el largo y en ancho.*
10. *Si el lado de un cuadrado es aumentado en 8 unidades, su perímetro se triplica. ¿Cuánto mide el lado?*
11. *Un padre tiene 20 años más que su hijo. Dentro de 12 años, el padre tendrá el doble de la edad del hijo. ¿Cuántos años tiene cada uno actualmente?*
12. *Las edades de un matrimonio suman 62 años. Si se casaron hace 10 años y la edad de la novia era* $\frac{3}{4}$ *de la edad de la novia. ¿Qué edad tienen actualmente?*
13. *La edad de Pedro excede a la de su amigo Santiago en 4 años y a la de su amigo Juan en 2 años. Hace 6 años la razón entre sus edades era 2:3:4. ¿Qué edad tienen actualmente?*
14. *La edad de María es el triple de la de Ester y excede en 5 años a la edad de Isabel. Si las edades de Ester e Isabel suman 23 años. Hallar la edad de cada una.*
15. *Guiso tiene la cuarta parte de la edad de su padre Andrés y el triple de la edad de su hermano David. ¿Qué edad tiene cada uno, si sus edades suman 48 años?*
16. *Hace 6 años un padre tenía el cuádruplo de la edad de su hijo. En 10 años más tendrá sólo el doble. Hallar la edad actual del padre e hijo.*
17. *Un padre tiene 52 años y su hijo 16. ¿Hace cuántos años el hijo tenía la séptima parte de la edad del padre?*
18. *Se compran 25 lápices, 32 cuadernos y 24 gomas de borrar y se cancela por ello $ 16.900. Si cada cuaderno cuesta el triple de cada goma, más $ 20 y cada lápiz cuesta el doble de cada goma, más $ 8. ¿Cuánto cuesta cada material?*
19. *Hernán tiene el doble de dinero que Gladis y el triple que María. Si Hernán regalara $ 14 a Gladys y $ 35 a María, los tres quedarían con igual cantidad. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?*
20. *Una persona puede pintar una muralla en 5 horas, otra lo hace en 6 horas y una tercera persona tarda 12 horas en pintar la misma muralla. ¿Cuánto tardarían si la pintaran entre las tres?*
21. *El numerador de una fracción excede en dos unidades al denominador. Si al numerador se le suma 3, la fracción queda equivalente a* $\frac{4}{3}$*. Hallar la fracción.*
22. *Hallar dos números enteros consecutivos cuya suma sea 103.*
23. *Tres números enteros consecutivos suman 204. Hallar los números.*
24. *Hallar dos números enteros pares consecutivos cuya suma sea 194.*
25. *La suma de tres números impares consecutivos es 99. Hallar los números.*
26. *La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.*
27. *Dividir 1080 en dos partes tales que la mayor disminuida en 132 equivalga a la menor aumentada en 100.*
28. *Dividir 85 en dos partes tales que el triple de la parte menor equivalga al doble de la mayor.*
29. *Hallar tres números enteros consecutivos, tales que el doble del menor más el triple del mediano, más el cuádruple del mayor equivalgan a 740.*
30. *La cabeza de un pez corresponde al tercio de su peso total, la cola a un cuarto del peso y el resto del cuerpo pesa 4 kg. 600 gramos. ¿Cuánto pesa el pez?*
31. *La diferencia entre dos números es 38. Si se divide el mayor de los números por el menor, el cuociente es 2 y queda un resto de 8. Determina los números.*
32. *Separa el número 180 en dos partes tales que dividiendo la primera por 11 y la segunda por 27, la suma de los cuocientes sea 12.*

33. *¿Qué número debe sumarse al numerador y al denominador de la fracción $\frac{8}{13}$ y simultáneamente restarse del numerador y del denominador de $\frac{40}{51}$ para que las fracciones resultantes sean equivalentes?*
34. *Un trozo de alambre de 28 cm. de largo se ha doblado en forma de ángulo recto. Determina la distancia entre ambos extremos del alambre, si uno de los lados del ángulo formado mide 12 cm.*
35. *Al preguntársele a Pitágoras por el número de sus alumnos, dio la siguiente respuesta: "La mitad de mis alumnos estudia Matemática, la cuarta parte estudia Física, la séptima parte aprende Filosofía y aparte de éstos hay tres niños muy chicos" ¿Puedes deducir cuántos alumnos tenía el famoso matemático griego?*
36. *Al comprar 3 Kg. de tomates y 4 Kg. de papas, una dueña de casa pagó $ 119. ¿Cuánto vale el kilo de tomates, sabiendo que es $ 14 más caro que el kilo de papas?*
37. *La entrada para una función de teatro al aire libre vale $ 60, adultos, y $ 25, niños. La recaudación arrojó un resultado de 280 asistentes y fue de $ 14.000. ¿Cuántos niños asistieron a la función?*
38. *En un tratado del álgebra escrito por el célebre matemático Leonhard Euler, publicado en 1770 aparece el siguiente problema: "En una hostería se alojan 20 personas entre hombres y mujeres. Cada hombre paga 8 monedas por su hospedaje y cada mujer 7, del mismo valor, ascendiendo el total de la cuenta a 144 monedas. Se pregunta cuántos hombres y cuántas mujeres son"*
39. *Silvia compra un pañuelo, una falda, y un abrigo en $ 5.050. Calcula los precios respectivos, si la falda vale 25 veces más que el pañuelo, y el abrigo, el triple de la falda.*
40. *Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libussa de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: ¿cuántas ciruelas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más, si con esto el canasto se vació. ¿Puedes calcularlo tú?*

RESPUESTAS

1) 5
2) P – 3
3) 17
4) 25, 27 Y 29
5) 20
6) 51 Y 52
7) AB = 42 m., BC = 14 m y AC = 28 m.
8) 10 m
9) largo: 43,75 y ancho: 26,25
10) 4 unidaes
11) 8 y 28 años
12) 28 y 34 años
13) 14, 12 y 1 año
14) Ester: 7 años; Isabel: 16 años; María: 21 años
15) Andrés: 36 años; Guido: 9 años; David: 3 años
16) 14 y 38 años
17) Hace 10 años
18) Lápiz: $ 198, cuaderno: $ 305; goma: $ 95
19) Hernán: $ 126, Gladys: $ 63; María: $ 42
20) 2 horas 13 minutos 20 segundos
21) $\frac{17}{15}$
22) 51 y 52
23) 67, 68 y 69
24) 96 y 98
25) 31, 33 y 35
26)
27)
28)
29)
30) 11040 gramos
31) 30 y 68
32) 99 y 81
33) 7
34) 20 cm
35) 28 alumnos
36) $ 25
37) 80 niños
38) 4 hombres 16 mujeres
39) $ 50; $ 1.250; $ 3.750
40) 38 ciruelas.

COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL
GUION DE CLASE

Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.

Grado: 9º Grado A y B
Asignatura: Matemática
Tiempo:______________
Periodo: ______________

UNIDAD 1. RESOLVAMOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS
Objetivo de unidad: *Proponer alternativas de solución a situaciones problemáticas de la vida diaria aplicando las ecuaciones de primer grado en una variable y sistemas de ecuaciones de primer grado en dos variables, utilizando los diferentes métodos de solución y valorar el aporte de los demás.*

Metodología:
La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
4. Sistema de ecuaciones de primer grado en dos variables. *4.1 Método para resolver un sistema de ecuaciones con dos variables:* ✓ *Reducción.* ✓ *Sustitución.* ✓ *Igualación.* ✓ *Determinantes.*	✓ *Determinación y explicación de un sistema de ecuaciones de primer grado en dos variables.* ✓ *Utilización del método de igualación, sustitución y reducción para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.* ✓ *Construcción de determinantes a partir de las ecuaciones.* ✓ *Utilización del método de determinantes para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.*	✓ *Esmero al plantear situaciones cotidianas, mediante un sistema de dos ecuaciones lineales.* ✓ *Interés al identificar un sistema de ecuaciones con dos variables.* ✓ *Seguridad y precisión al resolver un sistema de ecuaciones usando el método de sustitución, igualación y reducción.* ✓ *Seguridad y precisión al resolver un sistema de ecuaciones usando el método de determinantes.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:*
- ✓ *Determinar y Explicar el concepto un sistema de ecuaciones de primer grado en dos variables.*
- ✓ *Utilizar el método de igualación, sustitución y reducción para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.*
- ✓ *Construir determinantes a partir de las ecuaciones.*
- ✓ *Utilizar método de determinantes para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.*

Material de Apoyo
- *Libro de Texto Matemática. Santillana 9º. Pioneros.*

Indicadores de logro.
- ✓ *Determina y explica un sistema de ecuaciones de primer grado en dos variables.*
- ✓ *Utiliza el método de igualación, sustitución y reducción para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.*
- ✓ *Construye determinantes a partir de las ecuaciones.*
- ✓ *Utiliza el método de determinantes para solucionar problemas de sistema de ecuaciones.*
- ✓ *Muestra Esmero al plantear situaciones cotidianas, mediante un sistema de dos ecuaciones lineales.*
- ✓ *Muestra Interés al identificar un sistema de ecuaciones con dos variables.*
- ✓ *Muestra Seguridad y precisión al resolver un sistema de ecuaciones usando el método de sustitución, igualación y reducción.*
- ✓ *Muestra Seguridad y precisión al resolver un sistema de ecuaciones usando el método de determinantes.*

Evaluación:
Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.
- ✓ *Orden y aseo 5%*
- ✓ *Puntualidad 5%*
- ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

1. Sistemas de ecuaciones lineales

Ecuación lineal con dos incógnitas

Una ecuación de primer grado se denomina **ecuación lineal.**

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es una igualdad algebraica del tipo: **ax+by=c**, donde **x** e **y** son las incógnitas, y **a**, **b** y **c** son números conocidos

Una **solución de una ecuación lineal** con dos incógnitas es un par de valores (x_l, y_l) que hacen cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta

Sistemas de ecuaciones lineales

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por dos ecuaciones lineales de las que se busca una solución común.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ son números reales

Dos sistemas con la misma solución se dicen **equivalentes**

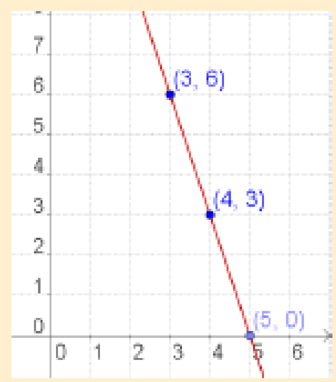
Una **solución de un sistema de dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un par de valores (x_l, y_l) que verifican las dos ecuaciones a la vez. **Resolver el sistema** es encontrar una solución.

$$3x + y = 12$$

Coeficiente de x= 3, Coeficiente de y= 1
Término independiente =12
Una solución de la ecuación es:
$x=1 \quad y=9$
Observa que $3\cdot(1)+9=12$
Para obtener más soluciones se da a x el valor que queramos y se calcula la y

$$x = 0 \to y = 12 - 3\cdot0 = 12$$
$$x = 1 \to y = 12 - 3\cdot1 = 9$$
$$x = 2 \to y = 12 - 3\cdot2 = 6$$
$$x = 3 \to y = 12 - 3\cdot3 = 3$$

Si representamos los puntos en un sistema de ejes coordenados forman una recta:



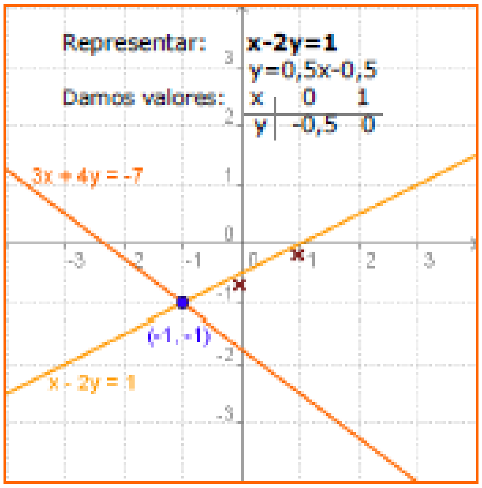
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Es una solución del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$



Recuerda cómo se representan las rectas en el plano.

Observa cómo son los coeficientes de las dos ecuaciones en cada caso:

Si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ las rectas son paralelas

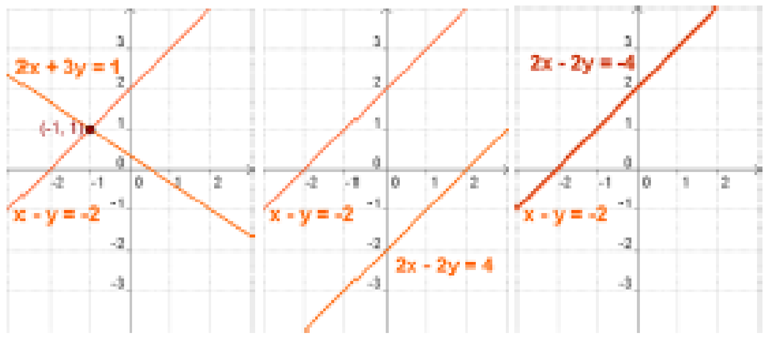
y son coincidentes si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

Clasificación de sistemas

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta en el plano. Discutir un sistema es estudiar la situación de estas rectas en el plano, que pueden ser:

- Secantes, el sistema tiene solución única, se llama **Compatible Determinado.**
- Coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones, es **Compatible Indeterminado**
- Paralelas, el sistema no tiene solución, se llama **Incompatible.**

COMPATIBLE DETERMINADO — INCOMPATIBLE — COMPATIBLE INDETERMINADO



Resolver: $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Por **SUSTITUCIÓN**

Despejamos x en la 2ª ecuación y sustituimos en la 1ª: x=1+2y

3(1+2y)+4y=-7

3+6y+4y=-7 ⇒ 10y=-10

y=-1

x=1+2·(-1)=-1

Por **IGUALACIÓN**

Despejamos x en ambas ecuaciones e igualamos: $\frac{-4y-7}{3} = 1+2y$

-4y-7=3(1+2y)

-4y-6y=3+7 ⇒ -10y=10

y=-1

x=-1

Por **REDUCCIÓN**

3x+4y=-7

Multiplicamos por 2 → 2x−4y=2

Sumando: 5x =-5

Luego: x=-1

Y sustituyendo: y=-1

2. Resolver sistemas

Para resolver un sistema de ecuaciones utilizamos cualquiera de los tres métodos siguientes:

Método de sustitución

Consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación, se llega así a una ecuación de primer grado con una sola incógnita; hallada ésta se calcula la otra.

Método de igualación

Consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas. De nuevo obtenemos una ecuación de primer grado con una sola incógnita.

Método de reducción

Consiste en eliminar una de las incógnitas sumando las dos ecuaciones. Para ello se multiplica una de las ecuaciones o ambas por un número de modo que los coeficientes de x o de y sean iguales y de signo contrario.

Métodos de Solución.

- Una **solución** de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par de números que verifica las dos ecuaciones. Si un sistema tiene solución, se dice que es **compatible**.
- **Resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas** es encontrar la solución o las soluciones de dicho sistema.

EJEMPLO

Estudia si el par de números (2, 3) es solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\}$.

Para ver si el par de números (2, 3) es solución del sistema, hay que comprobar si cumplen o no las dos ecuaciones. Sustituyendo en ambas ecuaciones, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1 \\ \rightarrow\ 2 + 2 \cdot 3 = 2 + 6 = 8 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array}}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ Cumple la ecuación.} \\ \rightarrow \text{ Cumple la ecuación.} \end{array}$$

Por tanto, el par de números (2, 3) es una solución del sistema, y el sistema es compatible.

Para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas hay tres métodos de resolución:

(I) Método de **sustitución**.

(II) Método de **igualación**.

(III) Método de **reducción**.

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de sustitución**:

- **Despejar** la incógnita en una de las ecuaciones.
- **Sustituir** la expresión obtenida en la otra ecuación.
- **Resolver** la ecuación con una incógnita que resulta.
- **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- **Comprobar** que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución: $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\}$

- **Elegimos** para despejar la incógnita x de la segunda ecuación: $x = 8 - 2y$
- **Sustituimos** esta incógnita en la primera ecuación:

$$2x - y = 1 \ \rightarrow\ 2 \cdot (8 - 2y) - y = 1$$

- **Resolvemos** la ecuación con la incógnita y obtenida:

$$16 - 4y - y = 1 \ \rightarrow\ 16 - 5y = 1 \ \rightarrow\ -5y = 1 - 16 = -15 \ \rightarrow\ y = \frac{-15}{-5} \ \rightarrow\ y = 3$$

- **Sustituimos** el valor $y = 3$ en cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo en la primera:

$$2x - y = 1 \ \rightarrow\ 2x - 3 = 1 \ \rightarrow\ 2x = 4 \ \rightarrow\ x = 2$$

- **Comprobamos** la solución obtenida. Para ello hemos de sustituir el par de valores (2, 3) en las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 3 = 1 \\ \rightarrow\ 2 + 2 \cdot 3 = 2 + 6 = 8 \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array}}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ Cumple la ecuación.} \\ \rightarrow \text{ Cumple la ecuación.} \end{array}$$

Por tanto, el par de valores $x = 2$, $y = 3$ es la solución del sistema, y el sistema es compatible.

1 **Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución y comprueba las soluciones.**

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 2 \\ 2x + y &= 13 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} x + 2y &= 9 \\ 2x - 9y &= 5 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} 3x - y &= 4 \\ 2x - y &= 1 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 2x - 3y &= 0 \\ 3x - y &= 14 \end{aligned}\right\}$

2 **Resuelve por el método de sustitución, y comprueba la solución del siguiente sistema de ecuaciones con fracciones.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{5x+3}{6} + y &= 2 \\ \frac{2x}{3} + 3y &= -1 \end{aligned}\right\}$$

Para resolverlo, seguimos estos pasos.

1.º En cada ecuación reducimos a común denominador:

$$\left.\begin{aligned} \frac{5x+3}{6} + \frac{6y}{6} &= \frac{6 \cdot 2}{6} \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y \cdot 3}{3} &= -\frac{1 \cdot 3}{3} \end{aligned}\right\}$$

2.º Quitamos los denominadores:

$$\left.\begin{aligned} 5x + 3 + 6y &= 12 \\ 2x + 9y &= -3 \end{aligned}\right\}$$

3.º Resolvemos por sustitución el sistema resultante, comprobando la solución:

$$\left.\begin{aligned} 5x + 6y &= 9 \\ 2x + 9y &= -3 \end{aligned}\right\}$$

3 **Resuelve por el método de sustitución y comprueba la solución de los sistemas de ecuaciones con fracciones.**

a) $\left.\begin{aligned} \frac{2x+3}{2} + \frac{y}{4} &= 1 \\ \frac{5x-1}{2} - \frac{4y+39}{5} &= -1 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} \frac{5x+3}{6} + \frac{y-1}{4} &= 2 \\ \frac{x-2}{5} - \frac{y+5}{10} &= 0 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} \frac{3x-6}{3} - \frac{2y-3}{7} &= -1 \\ x + \frac{3y}{2} &= -3 \end{aligned}\right\}$

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de igualación**:

- **Sustituir** la misma incógnita en las dos ecuaciones.
- **Igualar** las expresiones obtenidas.
- **Resolver** la ecuación con una incógnita que resulta.
- **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- **Comprobar** que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación.

$$\left.\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x + y &= 12 \end{aligned}\right\}$$

- **Elegimos** para despejar la incógnita y de las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} y &= 2x - 3 \\ y &= 12 - x \end{aligned}\right\}$$

- **Igualamos** las expresiones obtenidas: $2x - 3 = 12 - x$
- **Resolvemos** la ecuación con la incógnita x obtenida:

$$2x + x = 12 + 3 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

- **Sustituimos** el valor $x = 5$ en cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo en la primera:

$$2x - y = 3 \rightarrow 2 \cdot 5 - y = 3 \rightarrow 10 - 3 = y \rightarrow y = 7$$

- **Comprobamos** la solución obtenida. Para ello hemos de sustituir el par de valores (5, 7) en las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 2x - y &= 3 \\ x + y &= 12 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} &2 \cdot 5 - 7 = 10 - 7 = 3 \\ &5 + 7 = 12 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \\ &\rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \end{aligned}$$

Por tanto, el par de valores $x = 5$, $y = 7$ es la solución del sistema, y el sistema es compatible.

4 **Resuelve por el método de igualación, y comprueba la solución del siguiente sistema de ecuaciones con fracciones.**

$$\left.\begin{aligned} \frac{x+1}{2} + \frac{2y+2}{3} &= 2 \\ \frac{x}{3} - \frac{y-4}{6} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

1.º Reducimos a común denominador las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} \frac{3(x+1)}{6} + \frac{2(2y+2)}{6} &= \frac{12}{6} \\ \frac{2x}{6} - \frac{y-4}{6} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

2.º Quitamos los denominadores:

$$\left.\begin{aligned} 3x + 3 + 4y + 4 &= 12 \\ 2x - y + 4 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

3.º Resolvemos por igualación el sistema resultante:

$$\left.\begin{aligned} 3x + 4y &= 5 \\ 2x - y &= -4 \end{aligned}\right\}$$

5 **Resuelve por el método de igualación, y comprueba la solución de los sistemas de ecuaciones con fracciones.**

a) $\left.\begin{aligned} \frac{x}{3} + \frac{y+4}{3} &= 1 \\ x - \frac{y-1}{3} &= 2 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} \frac{y+1}{5} - y &= -2 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y}{5} &= -\frac{1}{15} \end{aligned}\right\}$

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el **método de reducción**:

- **Buscar un sistema equivalente** en el que los coeficientes de una misma incógnita sean iguales u opuestos.
- **Restar** o **sumar** las dos ecuaciones obtenidas, eliminando una incógnita.
- **Resolver** la ecuación con una sola incógnita que resulta.
- **Sustituir** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- **Comprobar** que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de reducción.

$$\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ 5x + 3y &= 18 \end{aligned}\right\}$$

- Obtenemos un **sistema equivalente**. Para ello, **elegimos** la incógnita que sea más sencilla para reducir, en este caso x. Multiplicamos la primera ecuación por 5:

$$5(x - 2y = 1) \rightarrow \left.\begin{aligned} 5x - 10y &= 5 \\ 5x + 3y &= 18 \end{aligned}\right\}$$

- **Restamos** las dos ecuaciones del sistema para eliminar los términos con x y reducir el sistema:

$$\begin{array}{r} 5x - 10y = 5 \\ -\,(5x + 3y = 18) \\ \hline -13y = -13 \end{array}$$

- **Resolvemos** la ecuación obtenida:

$$-13y = -13 \rightarrow y = 1$$

- **Sustituimos** el valor obtenido en una de las dos ecuaciones del sistema, en la que resulta más sencilla para operar, en este caso la primera:

$$x - 2y = 1 \rightarrow x - 2 \cdot 1 = 1 \rightarrow x = 3$$

- **Comprobamos** el resultado. Para ello hemos de sustituir el par de valores (3, 1) en las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ 5x + 3y &= 18 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 3 - 2 \cdot 1 &= 1 \\ 5 \cdot 3 + 3 \cdot 1 &= 18 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 18 &= 18 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \\ &\rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \end{aligned}$$

Por tanto, el par de valores $x = 3$, $y = 1$ es la solución del sistema, y el sistema es compatible.

7 **Resuelve por el método de reducción los sistemas y comprueba las soluciones.**

a) $\left.\begin{aligned} 7x + 3y &= 2 \\ 5x + 2y &= 1 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} 3x - 3y &= 3 \\ 2x + 5y &= 72 \end{aligned}\right\}$

8 **Resuelve los siguientes sistemas por los tres métodos. Comprueba la solución y decide cuál de los métodos es más sencillo para resolver cada sistema.**

a) $\left.\begin{aligned} 4x - 5y &= 0 \\ 3x - 4y &= -1 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x - y &= -1 \\ 2x - y &= 19 \end{aligned}\right\}$

5) Resolución por determinante

Sabemos que un determinante se representa como:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Este se calcula de la siguiente manera: $\boxed{\Delta = a\cdot d - b\cdot c}$

Sea el sistema:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

El valor de x e y está dado por:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad \text{e} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

EJEMPLO

Resolvamos el sistema::

$$\begin{cases} 4x+3y=22 \\ 2x+5y=18 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 18 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{110-54}{20-6} = \frac{56}{14} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 22 \\ 2 & 18 \end{vmatrix}}{14} = \frac{72-44}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

El punto de intersección de las rectas dadas es {(4, 2)}

Resuelva los siguientes sistemas por el método de Cramer.

a) $\begin{cases} 6x-5y=-9 \\ 4x+3y=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-15y=1 \\ -x-6y=8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-4y=41 \\ 11x+6y=47 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 9x+11y=-14 \\ 6x-5y=-34 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 10x-3y=36 \\ 2x+5y=-4 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x+3y=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ -3x+4y=-24 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4y+3x=8 \\ 8x-9y=-77 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-5y=8 \\ -7x+8y=25 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 15x+11y=32 \\ 7y-9x=8 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x+6y=27 \\ 7x-3y=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-2y=-2 \\ 5x+2y=-60 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+6y=27 \\ 7x-3y=9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 7x-4y=5 \\ 9x+8y=13 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 9x+16y=7 \\ 4y-3x=0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-2y=10 \\ 2x+3y=-8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x-3y=0 \\ 7x-y=-16 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x=-4y \\ 5x-6y=38 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x+4y=15 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

a) $\begin{matrix} 8x+3y=30 \\ 5x-3y=9 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} 9x+5y=83 \\ 4x+5y=48 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} 13x-9y=50 \\ 10x+9y=26 \end{matrix}$ d) $\begin{matrix} 3x+5y=28 \\ 4x-3y=18 \end{matrix}$ e) $\begin{matrix} 16x-5y=125 \\ 7x-4y=42 \end{matrix}$

EJERCICIOS resueltos

1. Dado el sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, razona si los siguientes pares son solución.

a) x=3 , y=4 Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) x=5 , y=1 Sol: No es solución $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \# 11 \end{cases}$

c) x=3 , y=1 Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \# 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \# 11 \end{cases}$

2. Escribe un sistema de dos ecuaciones cuya solución sea:

a) x=1 , y=2 Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) x=3 , y=1 Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) x=2 , y=3 Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

3. Haz una tabla de valores y da la solución del sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

x	−2	−1	0	1	2
y	7	11/2	4	5/2	1

$5x - y = 9 \rightarrow$

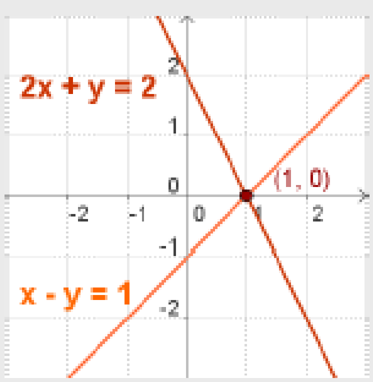
x	−2	−1	0	1	2
y	−19	−14	−9	−4	1

4. Escribe una ecuación para completar con la x − y = 1, un sistema que sea:

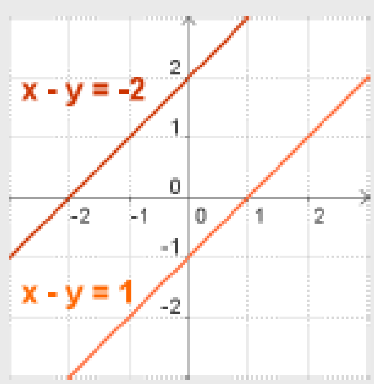
a) Compatible determinado

b) Incompatible

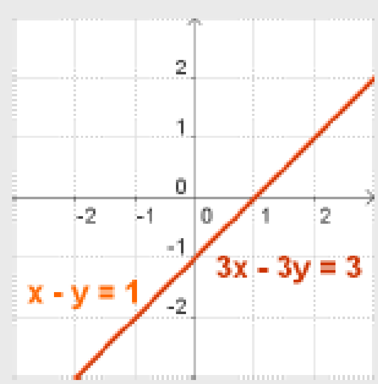
c) Compatible indeterminado



a) Por ejemplo 2x + y = 2



b) Por ejemplo, 2x − 2y = -3



c) Por ejemplo, 3x − 3y = 3

EJERCICIOS resueltos

5. Resuelve por sustitución:

a) $\begin{cases} x+4y=-25 \\ -10x-5y=5 \end{cases}$

Despejamos x en la 1ª ecuación

x=-25-4y sustituimos en la 2ª

-10(-25-4y)-5y=5 ⇒ 250+40y-5y=5

35y=-245 ⇒ y=-7

x=-25-4·(-7)=3

b) $\begin{cases} 3x+5y=45 \\ -4x-y=-43 \end{cases}$

Despejamos y en la 2ª ecuación

y=-4x+43 sustituimos en la 1ª

3x+5(-4x+43)=45 ⇒ 3x-20x+215=45

-17x=-170 ⇒ x=10

y=-4·10+43=3

6. Resuelve por igualación:

a) $\begin{cases} -4x+y=20 \\ 6x-9y=0 \end{cases}$ $\quad y=20+4x$, $\quad y=6x/9$

$20+4x=\frac{6x}{9}$ ⇒ 180+36x=6x

30x=-180 ⇒ x=-6

y=-36/9=-4

b) $\begin{cases} -3x-4y=31 \\ 5x-9y=11 \end{cases}$ $\quad x=(31+4y)/-3$, $\quad x=(11+9y)/5$

$\frac{31+4y}{-3}=\frac{11+9y}{5}$ ⇒ 5(31+4y)=-3(11+9y)

155+20y=-33-27y ⇒ 47y=-188 ⇒ y=-4

x=(11-36)/5=-5

7. Resuelve por reducción:

a) $\begin{cases} 5x-10y=25 \\ 8x+2y=4 \end{cases}$

5x −10y=25

Se multiplica por 5 → 40x+10y=20

Sumando: 45x =45

x=1 y=-2

b) $\begin{cases} 5x+3y=21 \\ 7x+8y=37 \end{cases}$

Se multiplica por -7 → -35x-21y=-147

Se multiplica por 5 → 35x+40y= 185

Sumando: 19y= 38

y=2 x=3

8. Resuelve: $\begin{cases} 3(x+3)=y+10 \\ x+2(y+1)=7 \end{cases}$

Se quitan paréntesis y se reorganiza cada ecuación, quedando el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ x+2y=5 \end{cases}$$

que resolvemos por sustitución: x+2(3x-1)=5 x+6x-2 =5 7x = 7 x=1 y=2

9. Resuelve $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{5}=\frac{22}{15} \\ 7x-7y=28 \end{cases}$

quitando denominadores y simplificando la 2ª ecuación, el sistema se convierte en uno equivalente. $\boxed{\begin{cases} 5x-3y=22 \\ x-y=4 \end{cases}}$

Por REDUCCIÓN:

$$\begin{array}{rcl} 5x-3y &=& 22 \\ -3x+3y &=& -12 \\ \hline 2x &=& 10 \end{array} \Rightarrow x=5 \quad y=1$$

3. Aplicaciones prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver el sistema planteado.

Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan.

Una vez resuelta el sistema no te olvides de dar la solución al problema.

Recuerda los pasos:

- Comprender el enunciado
- Identificar las incógnitas
- Traducir a lenguaje algebraico
- Plantear las ecuaciones
- Resolver el sistema
- Comprobar la solución

✓ *María y su hija Sara tienen en la actualidad 56 años entre las dos. Si dentro de 18 años Sará tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre, ¿qué edad tiene actualmente cada una?.*

SOLUCIÓN

Llamamos **x** a la edad de María.
y a la edad de Sara

La suma de las edades es 56: x+y=56

Dentro de 18 años tendrán x+18, y+18

Y entonces la edad de Sara será y+18=5+(x+18)/2

El sistema es:

$$\begin{cases} x+y=56 \\ y+18=5+\dfrac{x+18}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=56 \\ -x+2y=-8 \end{cases}$$

Por Reducción: 3y = 48 y=16
x= 56 – 16 = 40

Solución: María tiene 40 años
Sara tiene 16 años

Comprobación: 40+16=56
Dentro de 18 años tendrán 58 y 34, 34=5+ 58/2

✓ *Una parcela rectangular tiene un perímetro de 240 m, si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela?.*

SOLUCIÓN

Llamamos **x** al ancho de la parcela
y al largo de la parcela

El largo es el triple del ancho: y=3x

El perímetro es: 2x+2y=240

El sistema es: $\begin{cases} y=3x \\ x+y=120 \end{cases}$

Por sustitución: x+3x=120 4x=120 x=30 m
y=90

Solución: Ancho = 30 m
Largo = 90 m

Comprobación: 90=3·30
2·90+2·30=240

EJERCICIOS resueltos

10. Jorge tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 440€ ¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?

$$\begin{array}{l} x: \text{Billetes de } 50\,€ \\ y: \text{Billetes de } 10\,€ \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 50x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 5x + y = 44 \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{array} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 14 \end{cases}$$

Tiene 6 billetes de 50 € y 14 billetes de 10 €

11. En un examen de 100 preguntas Ana ha dejado sin contestar 9 y ha obtenido 574 puntos. Si por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se restan 2 puntos, ¿cuántas ha contestado bien y cuántas mal?.

x: nº de respuestas correctas, y: nº de respuestas incorrectas,
en total responde 100-9=91 preguntas.

$$\begin{cases} x + y = 91 \\ 10x - 2y = 574 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 2x + 2y = 182 \\ 10x - 2y = 574 \end{array}$$

$12x \quad = 756 \quad \rightarrow$ x=63 preguntas bien y=91-63=28 mal

12. En una curso hay 70 alumnos matriculados. En el último examen de Matemáticas han aprobado 39 alumnos, el 70% de las chicas y el 50% de los chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en el curso? (50 y 20)

x: chicas   y: chicos   en total hay 70:   x+y=70
aprueban 39:   0,7x+0,5y=39

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 7x + 5y = 390 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} -5x - 5y = -350 \\ 7x + 5y = 390 \end{array}$$

$2x \quad =40 \rightarrow$ x=20 chicas
y=50 chicos

13. Al dividir un número entre otro el cociente es 2 y el resto es dos. Si la diferencia entre el dividendo y el divisor es 54, ¿de qué números se trata?.

Dividendo: x   Divisor: y   x – y = 54
Dividendo=divisor · cociente + resto   x = 2y+2

$$\begin{cases} x - y = 54 \\ x = 2y + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 2y + 2 - y = 54 \rightarrow y = 52 \\ x = 2 \cdot 52 + 2 = 106 \end{array}$$

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 3.
Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

1. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 5 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 8x - 7y = 15 \\ x + 6y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 5x + 4y = 7 \end{cases}$

2. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = \dfrac{x - 3}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 6y = -2 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 4x - 5y = -2 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$

3. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 4x - 3y = -4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 6y = -4 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$

4. Resuelve por el método que consideres más adecuado:

a) $\begin{cases} 7x + 6y = 2 \\ y + 5 = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x + 2) = y + 7 \\ x + 2(y + 1) = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 3 \\ 2(x + y) = 16 \end{cases}$

5. Halla las soluciones de estos sistemas por el Método de Cramer:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 11 - 3x \end{cases}$

6. Dos de los siguientes sistemas tienen solución única, uno de ellos es incompatible (no tiene solución) y otro es indeterminado (tiene infinitas soluciones). Deduzca de qué tipo es cada uno, y resuélvelos gráficamente para comprobarlo:

a) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ y - x = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$

7. Resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes:

a) $\begin{cases} 4(x-3) + y = 0 \\ 3(x+3) - y = 18 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x}{4} + \dfrac{y+1}{5} = 1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x+4}{5} - y = -1 \\ \dfrac{x-6}{5} + y = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = \dfrac{y-4}{3} + 1 \\ y + \dfrac{1}{3} = \dfrac{x+4}{3} \end{cases}$

1. Calcula el valor de c para qué la solución de la ecuación, $x + 7y = c$ sea:

a) $x = 1$, $y = 2$

b) $x = 3$, $y = -3$

c) $x = 5$, $y = 0$

d) $x = -2$, $y = 3$

2. Halla una solución (x,y) de la ecuación $-4x + y = 17$ sabiendo que:

a) $x = 1$

b) $y = -7$

3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución:

a) $x = 4$, $y = -3$

b) $x = 1$, $y = -2$

c) $x = 0$, $y = 5$

d) $x = 1$, $y = 1$

4. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que:

a) tenga infinitas soluciones

b) tenga una sola solución

c) no tenga solución

5. Razona si el punto (x,y) es solución del sistema:

a) $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

b) $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

6. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$

7. Resuelve por reducción:

a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$

8. Resuelve por sustitución:

a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$

9. Resuelve por igualación:

a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Hallar dos números sabiendo que el mayor más seis veces el menor es igual a 62 y el menor más cinco veces el mayor es igual a 78.

11. Al dividir un número entre otro el cociente es 2 y el resto es 5. Si la diferencia entre el dividendo y el divisor es de 51 ,¿de qué números se trata?.

12. La base de un rectángulo mide 20 dm más que su altura. Si el perímetro mide 172 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

13. En una clase hay 80 alumnos entre chicos y chicas. En el último examen de matemáticas han aprobado 60 alumnos, el 50% de las chicas y el 90 % de los chicos.¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?

14. La base de un rectángulo mide 70 dm más que su altura. Si el perímetro mide 412 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

15. Juan ha realizado un examen que constaba de 68 preguntas, ha dejado sin contestar 18 preguntas y ha obtenido 478 puntos. Si por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se resta un punto,¿cuántas preguntas ha contestado bien y cuántas ha contestado mal?

16. Paco tiene en su monedero 210€ en billetes de 5 y 20 euros. Si dispone de 15 billetes,¿cuántos billetes tiene de cada clase?

17. La suma de dos números es 85 y su diferencia es 19.¿Cuáles son los números?

18. La suma de las edades de Luisa y de Miguel es 32 años. Dentro de 8 años la edad de Miguel será dos veces la edad de Luisa. ¿Qué edades tienen ambos?

19. María ha comprado un pantalón y un jersey. Los precios de estas prendas suman 77€, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en el jersey, pagando en total 63’6€.¿Cuál es el precio sin rebajar de cada prenda

20. Encontrar un número de dos cifras sabiendo que suman 10 y que si le restamos el número que resulta al intercambiar sus cifras el resultado es 72.

21. Halla las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 88cm y que el triple de la base más el doble de la altura es igual a 118.

22. La suma de las edades de Raquel y Luisa son 65 años. La edad de Luisa más cuatro veces la edad de Raquel es igual a 104. ¿Qué edades tienen ambos?.

23. Se quiere obtener 25 kg de café a 12’36 €/kg, mezclando café de 15 €/kg con café de 9 €/kg. ¿Cuántos kilogramos de cada clase hay que mezclar?

24. Un hotel tiene 94 habitaciones entre dobles e individuales. Si el número de camas es 170. ¿Cuántas habitaciones dobles tiene?.¿Cuántas individuales?

25. Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma de los cocientes es 15, mientras si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma de los productos es 188.

26. En un corral hay gallinas y conejos: si se cuentan las cabezas, son 50, si se cuentan las patas son 134.¿Cuántos animales de cada clase hay?.

27. Calcula dos números que sumen 150 y cuya diferencia sea cuádruple del menor.