UNIDAD 2

RECOPILEMOS, ORGANICEMOS

Y PRESENTEMOS LA INFORMACION.

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE GUION DE CLASE *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 1º año de bachillerato* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:_____________* *Periodo: _____________*

UNIDAD 2. Recopilemos, Organicemos y Presentemos la Información. ***Objetivo de unidad:*** *Utilizar la estadística descriptiva e inferencial aplicando correctamente el tratamiento de la información al analizar la información obtenida de los medios de comunicación social, así como valorar el aporte de los demás en la propuesta de soluciones.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
a) División de la Estadística *1.1 Estadística Descriptiva.* *1.2 Estadística Inferencial.*	✓ *Aplicación y Explicación de la estadística descriptiva utilizando su terminología básica.* ✓ *Aplicación y explicación de la estadística inferencial utilizando su terminología básica.* ✓ *Descripción y explicación de las diferencias entre la estadística descriptiva y la estadística inferencial.*	✓ *Interés y seguridad al Aplicar y Explicar la estadística descriptiva utilizando su terminología básica.* ✓ *Interés y seguridad al Aplicar y explicar la estadística inferencial utilizando su terminología básica.* ✓ *Seguridad al Describir y explicar las diferencias entre la estadística descriptiva y la estadística inferencial y valorar su utilidad práctica.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Aplicar y Explicar la estadística descriptiva utilizando su terminología básica.* ✓ *Aplicar y explicar la estadística inferencial utilizando su terminología básica.* ✓ *Describir y explicar las diferencias entre la estadística descriptiva y la estadística inferencial y valorar su utilidad práctica.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)* • *Matemática 1° año de Bachillerato. Editorial ESE*
Indicadores de logro. ✓ *Describe y explica con seguridad la diferencia entre estadística descriptiva y estadística inferencial valorando su utilidad práctica.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1. División de la Estadística.

❖ ***¿Qué es la estadística?***

La Estadística es la rama de la matemática que tiene por objetivo recolectar, organizar, resumir, presentar, analizar e interpretar los datos obtenidos de la realidad y generar conclusiones respecto de ellos.

❖ *¿Para qué estudiamos estadística?*

Los conceptos y temas de la estadística se utilizan en la actualidad en un gran número de ocupaciones. Las técnicas estadísticas constituyen una parte integral de las actividades de investigación en distintas áreas del saber humano. La persona que comprenda los conceptos estadísticos y su metodología obtendrá mejor provecho de ellos. Su trabajo tal vez no necesite conocer la estadística sino aquello que lo faculte para saber cuándo se requieren los servicios de un experto y para poder comunicarse eficazmente con él. El profesional, que entiende de estadística puede leer con inteligencia la literatura que sobre su campo de acción va apareciendo día con día. La estadística no es más que un argumento para defender nuestras ideas.

❖ *¿En qué áreas se aplica la Metodología Estadística?*

La metodología estadística se emplea en muchos campos. Se ha visto que la estadística es una disciplina que ayuda a diseñar el esquema de búsqueda y registro de información para describirla y analizarla con facilidad y mediante estimaciones, obtener conclusiones que enriquecen el conocimiento de la realidad.

La estadística día a día gana terreno en su aplicación en toda actividad humana por simple que ésta sea.
La estadística se aplica en los programas de Gobierno, Ingeniería, Agronomía, Economía, Medicina, Biología, Psicología, Pedagogía, Sociología, Física, etcétera; no hay alguna ciencia que no la use o profesión que no la aplique.

Algunos ejemplos del uso de la estadística son:

1) *En las agencias gubernamentales, tanto federales como estatales utilizan la estadística para realizar planes y programas para el futuro dependiendo de las necesidades mayores demandadas por la población.*

2) *En el campo de la ingeniería se aplica en muchas de sus actividades tales como:*
   a) *La planeación de la producción.*
   b) *El control de calidad.*
   c) *Las ventas.*
   d) *El almacén, etcétera.*

3) *En la Sociología se aplica para comparar el comportamiento de grupos socioeconómicos y culturales y en el estudio de su comportamiento.*

4) *En el campo económico su uso es fundamental para informar el desarrollo económico de una empresa o de un país que da a conocer los índices económicos relativos a la producción, a la mano de obra, índices de precios para el consumidor, las fluctuaciones del mercado bursátil, las tasas de interés, el índice de inflación, el costo de la vida, etcétera.*

   Todos estos aspectos que se estudian, se reportan e informan, no solamente describen el estado actual de la economía sino que trazan y predicen el camino de las futuras tendencias. Así mismo sirve a los encargados de las agencias, para tomar decisiones acertadas en sus operaciones.

5) *En el campo demográfico la Estadística se aplica en los registros de los hechos de la vida diaria, tales como:*
   - *Nacimientos.*
   - *Defunciones.*
   - *Matrimonios.*
   - *Divorcios.*
   - *Adopciones.*
   - *Etcétera.*

   En materia de población los datos aportan una buena ayuda para fijar la política de estímulos al control de la natalidad, dirigir la inmigración o emigración, establecer los planes de lucha contra las enfermedades epidémicas o plagas que azotan los campos, etcétera.

6) *En el campo educativo la Estadística contribuye al conocimiento de las condiciones fisiológicas, psicológicas y sociales de los alumnos y de los profesores. Al perfeccionamiento de los métodos de enseñanza y de evaluación.*

7) *Industria. La mayor parte de los industriales la utilizan para el control de calidad.*

8) *Agricultura. Se emplea en actividades como experimentos sobre la reproducción de plantas y animales entre otras cosas. También se usa la Estadística para determinar los efectos de clases de semillas, insecticidas y fertilizantes en el campo.*

9) *Biología. Se emplean métodos estadísticos para estudiar las reacciones de las plantas y los animales ante diferentes períodos ambientales y para investigar la herencia. Las leyes de Mendel sobre la herencia en donde los factores hereditarios se atribuyen a unidades llamadas genes y al estudio sistemático de los cruzamientos entre individuos portadores de genes diferentes, lo que ha permitido precisar de qué manera los genes se separan o se reúnen en las generaciones sucesivas. La verificación de las hipótesis formuladas por Mendel y sus continuadores necesitó el empleo de la Estadística, la cual en este caso ha lanzado las primeras luces sobre el mecanismo de la herencia.*

10) *Medicina. Los resultados que se obtienen sobre efectividad de fármacos se analizan por medio de métodos estadísticos. Los médicos investigadores se ayudan del análisis estadístico para evaluar la efectividad de tratamientos aplicados. La Estadística también se aplica en el establecimiento y evaluación de los procedimientos de medida o clasificación de individuos con el propósito de establecer la especificidad y sensibilidad a las enfermedades.*

11) *Salud. Los técnicos de la salud la utilizan para planear la localización y el tamaño de los hospitales y de otras dependencias de salud. También se aplica en la investigación sobre las características de los habitantes de una localidad, sobre el diagnóstico y la posible fuente de un caso de enfermedad transmisible; sobre la proporción de personas enfermas en un momento determinado, de ciertos padecimientos de una localidad, sobre la proporción de enfermos de influenza en dos grupos, uno vacunado contra el padecimiento y el otro no. También se aplica en cualquier otro tipo de investigación similar a éste.*

12) *Psicología. Los psicólogos se valen de los conceptos y técnicas de la estadística para medir y comparar la conducta, las actitudes, la inteligencia y las aptitudes del hombre.*

13) *Negocios. Los hombres de negocios pueden predecir los volúmenes de venta, medir las reacciones de los consumidores ante los nuevos productos, etcétera.*

14) *En la Física se utiliza la Estadística para obtener datos y probar hipótesis sobre ciertos fenómenos del ambiente.*

❖ *¿Cómo se clasifica la Estadística?*

1.1 Estadística Descriptiva

El origen de la Estadística descriptiva puede relacionarse con el interés por mantener registros gubernamentales hacia fines de la Edad Media. Cuando los estados nacionalistas empezaron a surgir durante ese período, se volvió necesario obtener información acerca de los territorios bajo la jurisdicción de cada nación. Esta necesidad de información numérica acerca de los ciudadanos y recursos lleva al desarrollo de técnicos para obtener y organizar datos numéricos.

Hacia fines del siglo XVII, ya existían investigaciones semejantes a nuestros censos modernos. Al mismo tiempo, las compañías de seguros empezaban a recopilar tablas de mortalidad para determinar las primas de seguros de vida.
En las primeras etapas de desarrollo, la estadística incluía poco más que la obtención, clasificación y presentación de datos numéricos. Aún hoy en día, estas actividades siguen siendo una parte importante de la Estadística.

"La Estadística Descriptiva es el estudio que incluye la obtención, organización, presentación y descripción de información numérica".

La estadística descriptiva, como indica su nombre, tiene por finalidad describir.
Así, si queremos estudiar diferentes aspectos de, por ejemplo, un grupo de personas, la estadística descriptiva nos puede ayudar. Lo primero será tomar medidas, en todos los miembros del grupo, de esos aspectos o variables para, posteriormente, indagar en lo que nos interese. Por ejemplo, para saber cuál es la “edad del grupo”, podemos resumir el conjunto de todas las edades mediante la media. Eso nos dice, aproximadamente, alrededor de qué edad se sitúan todos. Ya sabemos, pongamos, que la edad media es 40 años. Pero además podemos utilizar la desviación típica, si queremos saber si el grupo tiene edades muy dispares (por ejemplo, una desviación típica de 12 años) o si, por el contrario, tienen edades parecidas (una desviación típica de 2 años). Sólo con esos indicadores ya podemos hacernos una idea, podemos describir a ese conjunto de personas, al menos en referencia a su edad.
Pero el tamaño de los grupos que suelen interesar es demasiado

1.2 Estadística Inferencial

Si el interés del Director de la escuela va más allá de la información obtenida, necesitará otras técnicas distintas a los métodos descriptivos.
Por ejemplo; podría desear conocer la aptitud promedio de las demás secretarias, pero carece del tiempo o de los recursos para aplicar una prueba a todas ellas. Podría utilizar la calificación promedio de las cinco secretarias como base para realizar una inferencia o estimación acerca de la aptitud promedio de todas las secretarias.
Con ese fin, necesitará conocer otra rama de la Estadística conocida como Estadística Inferencial o Inferencia Estadística.

> “La inferencia estadística es una técnica mediante la cual se obtienen generalizaciones o se toman decisiones en base a una información parcial o completa obtenida mediante técnicas descriptivas”.

- **¿Cuándo es necesaria la estadística inferencial?**
  Cuando queremos hacer alguna afirmación sobre más elementos de los que vamos a medir.

En ocasiones, el tamaño de los grupos, que suelen interesar para una investigación, es demasiado grande; a veces tan grande como “todo el mundo”. Y esto, más que ser una rareza, es en muchos campos la norma. Por ejemplo, cuando se afirma que las personas tenemos una agudeza visual menor que la de los halcones, podemos estar seguros de que no hemos medido la agudeza visual de todos los humanos ni la de todos los halcones.

Pues bien, la estadística inferencial es la que va a permitir dar ese salto de los resultados obtenidos para un grupo a la totalidad. Planteemos una cuestión concreta: Un profesor de estadística afirma que se aprende mejor estadística inferencial utilizando los ordenadores para mostrar lo que se estudia. ¿Cómo podemos decidir si esta afirmación es cierta? Una posible forma sería seleccionando dos grupos de alumnos (equivalentes) que estudien estadística inferencial, y dar las mismas clases a ambos, incluido el mismo profesor, idénticos ejercicios, etc., excepto que uno de ellos utilizan los ordenadores en su aprendizaje y otro no.

Actividad De Integración 1

Busca en periódicos, revistas de artículos o Internet referencias a información estadística. Lo podrás reconocer por la presencia de gráficos de números, como promedios, porcentajes, etcétera. Analiza la información y escribe en tu cuaderno las siguientes observaciones:

a. Haz un resumen de la información (recorta los gráficos y tablas y pégalos)
b. ¿Cuál es el título de la Investigación?
c. ¿Qué es lo que se está estudian de la población? Explique
d. ¿Qué características cumplen esas personas? Explique
e. ¿Cómo crees que se obtuvo la información? Explique
f. ¿Qué conclusión se desprende del trabajo estadístico reportado?
g. Dependiendo de la información ¿Explique de qué manera se aplica la estadística descriptiva o inferencial en el estudio del problema seleccionado?

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 1º año de bachillerato* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:___________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. Recopilemos, Organicemos y Presentemos la Información. ***Objetivo de unidad:*** *Utilizar la estadística descriptiva e inferencial aplicando correctamente el tratamiento de la información al analizar la información obtenida de los medios de comunicación social, así como valorar el aporte de los demás en la propuesta de soluciones.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
b) Población y muestra. *2.1 Teoría de muestras.*	✓ *Determinación de las características y criterios que diferencian a una población de una muestra estadística.* ✓ *Realización de ejercicios calculando la población estadística.* ✓ *Identificación, delimitación y explicación de una muestra dentro de la población estadística.* ✓ *Realización de ejercicios aplicando cálculos en población y/o muestra estadística.* ✓ *Resolución de problemas estadísticos aplicando el cálculo en una población y/o muestra estadística.*	✓ *Disposición e interés por el estudio de las poblaciones y muestras estadísticas.* ✓ *Confianza al realizar ejercicios calculando poblaciones estadísticas.* ✓ *Seguridad al identificar, delimitar y explicar una muestra dentro de la población estadística.* ✓ *Perseverancia en la búsqueda de soluciones al aplicar cálculos dentro de una población y/o muestra.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Determinar las características y criterios que diferencian a una población de una muestra estadística.* ✓ *Realizar ejercicios calculando la población estadística.* ✓ *Identificación, delimitación y explicación de una muestra dentro de la población estadística.* ✓ *Realizar ejercicios aplicando cálculos en población y/o muestra estadística.* ✓ *Resolver problemas estadísticos aplicando el cálculo en una población y/o muestra estadística.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)* • *Matemática 1° año de Bachillerato. Editorial ESE*
Indicadores de logro. ✓ *Determina, mostrando disposición e interés, las características y criterios que diferencian a una población de una muestra estadística.* ✓ *Muestra Confianza al realizar el cálculo de una población estadística.* ✓ *Identifica, delimita y explica con seguridad una muestra dentro de una población estadística.* ✓ *Resuelve problemas que requieran el cálculo en una población y/o muestra estadística y denota perseverancia en la búsqueda de soluciones*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 2. Población y Muestra.

2.1 Población.

- ***POBLACIÓN***. *Llamado también* universo *o colectivo, es el conjunto de todos los elementos que tienen una característica común. Una población puede ser finita o infinita. Es* población finita *cuando está delimitada y conocemos el número que la integran, así por ejemplo: Estudiantes de la* Universidad *UTN. Es* población infinita *cuando a pesar de estar delimitada en el espacio, no se conoce el número de elementos que la integran, así por ejemplo: Todos los profesionales universitarios que están ejerciendo su carrera.*

Puesto que la estadística se ocupa de una gran cantidad de datos, debe primeramente definir de cuáles datos se va a ocupar. No debe confundirse la población en sentido demográfico y la población en sentido estadístico.
La población en sentido demográfico es un conjunto de individuos (todos los habitantes de un país, todas las ratas de una ciudad, todos los religiosos de una iglesia, todos los músicos del país, etc.), mientras que una población en sentido estadístico es un conjunto de datos referidos a determinada característica o atributo de los individuos (las edades de todos los individuos de un país, el color de todas las ratas de una ciudad, los diáconos de una iglesia, los músicos de música clásica del país). Incluso una población en sentido estadístico no tiene porqué referirse a muchos individuos. Una población estadística puede ser también el conjunto de calificaciones obtenidas por un individuo a lo largo de sus estudios universitarios.

- ***ELEMENTO O INDIVIDUO:*** *Unidad mínima que compone una población. es el elemento del cual se predica una propiedad y característica. El elemento puede ser una entidad simple (una persona, un animal, una sustancia química, un objeto como una dentadura o una mesa) o una entidad compleja (una familia, un huerto), y se denomina unidad investigativa.*

Existen diversas circunstancias por las cuales un investigador no desea o no puede físicamente verificar observaciones en toda la población y se tiene que conformas con estudiar un subconjunto de ellas. Entre estas circunstancias se encuentran las siguientes:

- ✓ ***Limitaciones de Tiempo:*** *El investigador se puede ver afrontado por la disponibilidad de tiempo para desarrollar su investigación ya sea por la complejidad del fenómeno en estudio o por limitaciones temporales.*
- ✓ ***Limitaciones de Recursos:*** *El investigador debe financiar de cualquier manera los costos que la investigación requiera. En todo caso dependerá de que tan amplio o complejo sea el fenómeno de estudio y de las necesidades que este demande.*
- ✓ ***Imposibilidad Física:*** *Los recursos y el tiempo son imprescindibles para desarrollar una investigación a fondo, sin embargo, cuando se carece de estos elementos el investigador esta frente a un problema físico, puesto que no se puede abarcar a todo los elementos de la población y hay necesidad de resumirlos.*

Cuando por los motivos citados anteriormente no es conveniente, o incluso posible, obtener la información que se necesita de toda la población, los investigadores recurren a estudiar una parte de esa población a la que se llama muestra.

2.2 Muestra.

- ***Muestra****: es un subconjunto representativo de la población.*

La selección de la muestra

- *¿Qué condición debe de cumplirse para que a partir de la información contenida en una muestra se puedan describir las propiedades de la población? Que la muestra sea representativa de esa población.*

- *Pero, ¿qué significa en la práctica que una muestra sea representativa de una población? Que las propiedades que caracterizan a la población se distribuyan de forma análoga en la muestra.*

- *¿Qué factores determinan la representatividad de una muestra?*
  - ✓ *El procedimiento de selección de los elementos de la población.*
  - ✓ *El tamaño de la muestra.*
  - ✓ *El contenido de la investigación.*

- *¿Qué es el Muestreo?*
  Es el conjunto de técnicas asociadas a la selección de una muestra de una población.

  El muestreo es una estrategia muy utilizada en la vida cotidiana. El conocimiento que nos formamos del mundo está con frecuencia basado en el muestreo, y es razonable que así lo hagamos por economía de recursos. A modo de ejemplo, la prueba de una cucharada de un guiso que estamos realizando es una forma de muestreo del guiso. Ello nos va a permitir tener una idea del sabor del mismo sin tener que probarlo todo.

- *Existen diferentes procedimientos o técnicas que satisfacen -con mayor o menor éxito- los dos objetivos que podemos considerar básicos del muestreo:*
  1. *obtener una muestra que sea tan representativa de la población como sea posible; y*
  2. *plantear una forma de recogida de datos que se ajuste a los recursos (económicos, temporales…) con que se cuente.*

- *A las distintas estrategias que se puede seguir en la selección de los elementos de una población se les conoce como técnicas de muestreo, existiendo un extenso repertorio de ellas, algunas de gran sofisticación. Entorno a su estudio y aplicación se ha desarrollado un área de conocimiento conocida como Teoría del Muestreo.*

- *En términos matemáticos, ¿Qué criterio va a determinar la selección satisfactoria y adecuada de una muestra representativa? El que todos los elementos de la población tengan la misma probabilidad de formar parte de la muestra.*

Técnicas de Muestreo.

A las técnicas de muestreo que satisfacen el criterio anteriormente planteado se les conoce como técnicas de muestreo probabilístico. Existen tres tipos de técnicas de Muestreo principales: El Muestreo Aleatorio Simple (MAS), El Muestreo Estratificado, El Muestreo por Conglomerados.

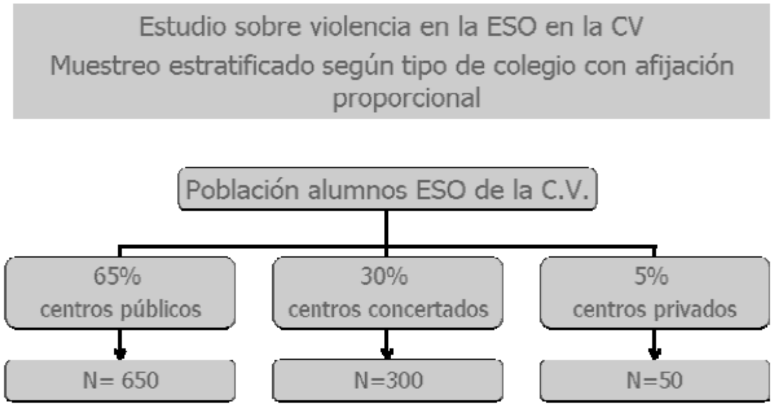
a) El Muestreo Aleatorio Simple (MAS)

– *Los elementos de la muestra son elegidos al azar de entre todos los de la población. Utilizando este procedimiento, todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de formar parte de la muestra.*

b) El muestreo aleatorio estratificado

– *Supone forzar que, para una determinada variable(s), se mantenga en la muestra la misma distribución que la misma tiene en la población. Por ejemplo, si en la población de estudiantes de la UVEG hay un 60% de mujeres y un 40% de varones, en una muestra de la misma se forzaría para que se mantuviesen esos porcentajes.*
– *Se llaman estratos a las categorías de la variable en función de la que se estratifique el muestreo –mujeres y varones para la variable sexo, en nuestro ejemplo. Por supuesto, cada elemento de la población debe pertenecer a un único estrato.*
– *Pasos principales: determinar la proporción de cada estrato en la población para la variable de estratificación; fijar el número de elementos que se deben seleccionar de cada estrato en la muestra (afijación); extraer mediante MAS, de cada estrato de la población, el nº de casos establecido en el paso anterior.*

Ejemplo de aplicación del muestreo aleatorio estratificado en la obtención de una muestra (n = 1000) de la población de estudiantes de la ESO en la Comunidad Valenciana (CV) a fin de realizar un estudio sobre la incidencia de la violencia en este tipo de centros:



c) El muestreo por conglomerados

- *Se trata de una forma de MAS en que la unidad de muestreo no son los elementos de la población, sino agrupaciones de éstos que de forma natural existan en aquélla (conglomerados), por ejemplo, colegios, hospitales, distritos postales, calles de una población, secciones del censo electoral...*
- *Supone seleccionar al azar uno o más conglomerados, recogiéndose datos de todos los elementos de esos conglomerados.*
- *Suele resultar mucho más fácil acceder a las unidades de los conglomerados, normalmente próximos entre sí, que a elementos individuales dispersos geográficamente.*

- *Si en una investigación la muestra es representativa de la población, es lícito generalizar los resultados obtenidos en la muestra a la población origen y se dice entonces, en términos metodológicos, que la investigación tiene validez externa.*

- *¿Cuáles son los criterios orientativos a la hora de definir el tamaño de la muestra?*
  1) *Un primer criterio determinante en la práctica es el de la cantidad de recursos con que se cuenta para llevar a cabo la recogida de los datos.*
  2) *Un segundo criterio viene determinado por el margen de error que estamos dispuestos a asumir en nuestras inferencias (el error muestral) y por el nivel de confianza con que se establecerán esas inferencias. Este segundo criterio puede concretarse a través de fórmulas específicas que permiten obtener el tamaño muestral en función de esos dos criterios, si bien, otros aspectos suelen aparecer implicados en la aplicación de esas fórmulas:*
  a) *el tamaño de la población(si es pequeña o muy extensa; si los elementos presentan características homogéneas o heterogéneas)*
  b) *el índice estadístico que vaya a aplicarse (media, mediana, moda, desviación estándar, etc.)*
  c) *el valor del índice estadístico en la población para la variable objeto de interés (si los datos presentan o no una distribución normal)*

Fórmula para calcular el tamaño de la muestra

Para calcular el tamaño de la muestra suele utilizarse la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)e^2 + \sigma^2 Z^2}$$

- $N =$ *es el tamaño de la población o universo*
- $n =$ *es el tamaño de la Muestra*
- $z =$ *es una constante que depende del nivel de confianza que asignemos. El nivel de confianza indica la probabilidad de que los resultados de nuestra investigación sean ciertos: un 95,5 % de confianza es lo mismo que decir que nos podemos equivocar con una probabilidad del 4,5%.*
  Los valores de Z más utilizados y sus niveles de confianza son:

Z	1,15	1,28	1,44	1,65	1,96	2	2,58
Nivel de confianza	75%	80%	85%	90%	95%	95,5%	99%

1. $e =$ *es el error muestral deseado (complemento del nivel de confianza). El error muestral es la diferencia que puede haber entre el resultado que obtenemos preguntando a una muestra de la población y el que obtendríamos si preguntáramos al total de ella.*

   - ✓ *Ejemplo 1: si los resultados de una encuesta dicen que 100 personas comprarían un producto y tenemos un error muestral del 5% comprarán entre 95 y 105 personas.*
   - ✓ *Ejemplo 2: si hacemos una encuesta de satisfacción a los empleados con un error muestral del 3% y el 60% de los encuestados se muestran satisfechos significa que entre el 57% y el 63% (60% +/- 3%) del total de los empleados de la empresa lo estarán.*
   - ✓ *Ejemplo 3:si los resultados de una encuesta electoral indicaran que un partido iba a obtener el 55% de los votos y el error estimado fuera del 3%, se estima que el porcentaje real de votos estará en el intervalo 52-58% (55% +/- 3%).*

a) $\sigma =$ *Desviación estándar de la población que, generalmente cuando no se tiene su valor, suele utilizarse un valor constante de 0,5.*

Problemas de Aplicación.

1. *Calcular el tamaño de la muestra de una población de 500 elementos, con una desviación estándar del 0,5 y con un nivel de confianza del 95%*

Solución:
Se tiene $N = 500$, *para el 95% de confianza* $Z = 1{,}96$, $\sigma = 0{,}5$ *y* $e = 0{,}05$.
Reemplazando valores de la fórmula se tiene:

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{e^2(N-1)+\sigma^2 Z^2}$$

$$n = \frac{500 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2}{0{,}05^2(500-1)+0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2}$$

$$n = \frac{500 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2}{0{,}05^2(500-1)+0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2} = 217$$

La muestra será de 217 elementos.

2. *Calcular el tamaño de la muestra de una población de 500 elementos con un nivel de confianza del 99%*

Solución:
Se tiene $N = 500$, *para el 99% de confianza Z = 2,58,* $\sigma = 0{,}5$ *y* $e = 0{,}05$.
Reemplazando valores en la fórmula se obtiene:

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)e^2+\sigma^2 Z^2}$$

$$n = \frac{500 \cdot 0{,}5^2 \cdot 2{,}58^2}{(500-1)(\pm 0{,}05)^2+0{,}5^2 \cdot 2{,}58^2} = \frac{832{,}05}{2{,}9116} = 285{,}77 = 286$$

La Muestra será de 286 elementos.

Actividad De Integración 2

Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

1. *Proponga 3 ejemplos para cada uno de los siguientes conceptos: población, muestra y elemento.*
2. *Calcule el tamaño de la muestra para una población de 500 con un error de muestreo del 5%, con una desviación estándar de 0,43 y un nivel de confianza del 95%.*
3. *Calcule el tamaño de la muestra para una población de 500 con un error de muestreo del 5% y una desviación estándar del 2.3*
4. *Calcule el tamaño de la muestra para una población de 352 individuos con un error de muestreo del 9% y una desviación estándar de 1.23.*
5. *Calcule el tamaño de la muestra para una población de 800 estudiantes con un error de muestreo del 9% y una desviación estándar de 0.33*

	COMPLEJO EDUCATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 1º año de bachillerato* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:___________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 2. Recopilemos, Organicemos y Presentemos la Información.
Objetivo de unidad: *Utilizar la estadística descriptiva e inferencial aplicando correctamente el tratamiento de la información al analizar la información obtenida de los medios de comunicación social, así como valorar el aporte de los demás en la propuesta de soluciones.*

Metodología:
La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.

CONTENIDOS CONCEPTUALES	***CONTENIDOS PROCEDIMENTALES***	***CONTENIDOS ACTITUDINALES***
3. Estadístico y parámetro. *3.1.1 Estimación de parámetros.* *3.1.2 Contraste de hipótesis.* *3.1.3 Diseño experimental e inferencia bayesiana.*	✓ *Explicación de la diferenciación y analogías entre estadístico y parámetro.* ✓ *Identificación y aplicación de estadísticos en la realización de ejercicios.* ✓ *Resolución de problemas aplicando estadísticos.* ✓ *Identificación, obtención y aplicación de parámetros en la realización de ejercicios.* ✓ *Resolución de problemas aplicando parámetros.*	✓ *Confianza al explicar la diferenciación y analogías entre estadístico y parámetro.* ✓ *Orden en la realización de ejercicios utilizando estadísticos.* ✓ *Seguridad al resolver problemas aplicando correctamente estadísticos.* ✓ *Certeza al utilizar los parámetros.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:*
- ✓ *Explicar la diferenciación y analogías entre estadístico y parámetro.*
- ✓ *Identificar y aplicar estadísticos en la realización de ejercicios.*
- ✓ *Resolver problemas aplicando estadísticos.*
- ✓ *Identificar, obtener y aplicar parámetros en la realización de ejercicios.*
- ✓ *Resolver problemas aplicando parámetros.*

Material de Apoyo
- *Matemática 1º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
- *Matemática 1° año de Bachillerato. Editorial ESE*

Indicadores de logro.
- ✓ *Describe y explica con seguridad la diferencia entre estadística descriptiva y estadística inferencial valorando su utilidad práctica.*

Evaluación:
Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.
- ✓ *Orden y aseo 5%*
- ✓ *Puntualidad 5%*
- ✓ *Desarrollo correcto 90%*

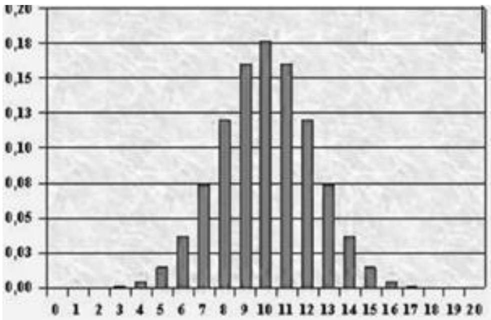
Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

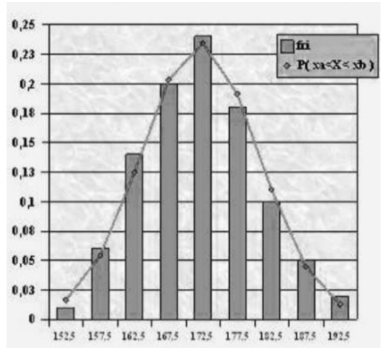
Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

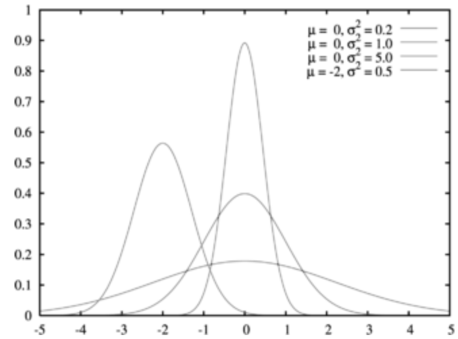
Contenido 3. Estadístico y Parámetro.

Distribución normal
En estadística y probabilidad se llama distribución normal, distribución de Gauss o distribución gaussiana, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales

La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico. Esta curva se conoce como campana de Gauss y es el gráfico de una función gaussiana.







Medidas.

Una medida es una característica cuantificable de una variable o varias que forma un colectivo de datos la cual arroja un valor numérico para describir o caracterizar una muestra o una población.

Dentro del conjunto de valores numéricos que resumen toda la información los hay de distinto tipo y que aportan distintas características.

1. ***Tipos de Medidas.***

✓ ***Medidas de Posición:***
- *Divide a un conjunto ordenado de datos en grupos con la misma cantidad de individuos.*
- *Entre ellos cabe destacar los Cuantiles: Cuartiles, Deciles y Percentiles.*

✓ ***Medidas de Centralización.***
Indican valores con respecto a los que los datos parecen agruparse.
- *Entre ellos cabe destacar: Media (aritmética, geométrica y armónica), Mediana y Moda.*

✓ ***Medidas de Dispersión:***
- *Indican la mayor o la menor concentración de los datos con respecto a las medidas de centralización.*
- *Entre ellos cabe destacar: Desviación típica, Coeficiente de Variación, Rango, Varianza.*

✓ ***Medidas de forma.***
- *Dan una idea de cómo se distribuyen los datos.*
- *Entre ellos cabe destacar: Asimetría de Fisher o Apuntamiento de Curtosis.*

Parámetro y Estadístico.

2. ***Parámetro:*** *es una cantidad numérica (medida) calculada sobre una población y resume los valores que esta toma en algún atributo.*
   - *Intenta resumir toda la información que hay en la población en unos pocos números (parámetros), así por ejemplo: la altura promedio de los sujetos de un lugar determinado.*

3. ***Estadístico:*** *Es una cantidad numérica (medida) calculada sobre una muestra que resume su información sobre algún aspecto.*
   - *Si un estadístico se usa para aproximar un parámetro también se le suele llamar "estimador"*
   - *Normalmente nos interesa conocer un parámetro, pero por la dificultad que conlleva estudiar a TODA la población, calculamos un estimador sobre una muestra y "confiamos" en que sean próximos.*

3.1 Estimación de parámetros.

En este tema vamos a estudiar como estimar, es decir pronosticar, un parámetro de la población, generalmente la media, la varianza (en consecuencia la desviación típica) y la proporción, a partir de una muestra de tamaño n. Pero a diferencia de la estimación puntual donde tal estimación se efectúa dando un valor concreto, en esta ocasión el planteamiento es otro. Lo que haremos es dar un intervalo donde afirmaremos o pronosticaremos que en su interior se encontrará el parámetro a estimar, con una probabilidad de acertar previamente fijada y que trataremos que sea la mayor posible, es decir próxima a 1. (La probabilidad se mide de 0 a 1)

Antes de iniciar con el estudio de la estimación de parámetros vamos a establecer la definición de algunos conceptos básicos y la notación a utilizar:

4. *La **estimación de parámetros** es el procedimiento utilizado para conocer las características de un parámetro poblacional, a partir del conocimiento de la muestra.*

5. *Con una muestra aleatoria, de tamaño* n*, podemos efectuar una estimación de un valor de un parámetro de la población; pero también necesitamos precisar un:*

6. ***Intervalo de confianza***
   Se llama así a un intervalo en el que sabemos que está un parámetro, con un nivel de confianza específico.

7. ***Nivel de confianza***
   Probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza.

8. ***Error de estimación admisible***
   Que estará relacionado con el radio del intervalo de confianza.

Parámetro	En la muestra	En la población
Media	$\overline{X}$	μ
Varianza	S_n^2	σ^2
Desviación típica	S_n	σ
Cuasivarianza	S_{n-1}^2	σ_{n-1}

*Hemos dicho que vamos a proponer un intervalo donde se encontrará el parámetro a estimar, con una probabilidad de acierto alta. Al valor de esta probabilidad la representaremos por **1-α**, y la llamaremos **nivel de confianza**. A mayor valor de 1- α, más probabilidad de acierto en nuestra estimación, por tanto eso implica que α tendrá que ser pequeño, próximo a 0.*

Recordemos que 1- α representa siempre una probabilidad por lo que será un valor entre 0 y 1, si bien en la mayoría de los enunciados de los problemas suele ser enunciado en términos de tanto por ciento. Así cuando, por ejemplo, se dice que el nivel de confianza es del 90%, significa que 1- α vale 0,9 y por tanto α vale 0,1.

Para interpretar bien estos conceptos veamos un ejemplo:
Supongamos que deseamos estimar la media de la estatura de una población mediante un intervalo de confianza al 95% de nivel de confianza, con una muestra de tamaño 50. Supongamos que tras los cálculos necesarios, el intervalo en cuestión es (a,b). Pues bien, esto quiere decir que si elegimos 100 muestras de tamaño 50 y cada vez calculamos el intervalo de confianza resultante, acertaremos en nuestro pronóstico en 95 de las 100 veces que realizaríamos la estimación con cada muestra.

Un dato importante como es de esperar, es el tamaño de la muestra, que representaremos por n.

Es evidente que, a igual nivel de confianza, cuanto mayor tamaño tenga la muestra, el intervalo de confianza se reducirá puesto que el valor obtenido en la muestra se acercará más al valor real de la población y por tanto el margen de error cometido (radio del intervalo) se hará más pequeño.

Si el tamaño de la muestra permanece constante y variamos 1- α. el tamaño del intervalo se hará más grande cuanto más aumente 1- α, es decir que el margen de error se hará más grande cuanto más precisión exijamos.

Por ejemplo, si para dar un intervalo de confianza de la media de la estatura de una población de adultos de un país, es seguro que acertaría al cien por cien si el intervalo que diese fuese (150 cm, 190 cm), pero sería una estimación absurda ya que no sabría apreciar realmente la media. Por tanto se trata de dar un intervalo lo más reducido posible.

a) Cálculo del intervalo de confianza para la media, conocida la desviación típica de la población en una variable aleatoria normal

Se presenta el intervalo que contiene a la media poblacional:

$$\overline{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < \mu < \overline{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}$$

A la expresión $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\sigma/2}$ *se le denomina margen de error y en ocasiones se expresa en tanto por ciento. Obsérvese que se trata del radio del intervalo.*

Ejemplo 1.

Se desea estimar la media del tiempo empleado por un nadador en una prueba olímpica, para lo cual se cronometran 10 pruebas, obteniéndose una media de 41,5 minutos. Sabiendo por otras pruebas que la desviación típica de esta variable para este nadador es de 0,3 minutos, obtener un intervalo de confianza con un 95% de confianza.

Estamos en el caso de un intervalo de confianza para la media conociendo la desviación típica de la población.
Del enunciado del problema se desprenden directamente los siguientes datos:

$$\bar{x} = 41{,}5\ seg.$$
$$\sigma = 0{,}3\ seg.$$
$$n = 10$$
$$1 - a = 0{,}95$$

Tenemos que buscar un valor $Z_{\alpha/2}$ *de modo que en la distribución N(0,1) deje una área de probabilidad a la derecha igual a* $\alpha/2$*, es decir 0,025. Como la función de distribución de probabilidad de la tabla N (0,1) me da el área de probabilidad acumulada, es decir a la izquierda, tengo que ver qué valor de z me deja a la izquierda 0,975, que se corresponde para un valor de z=1,96.*

Así pues el intervalo buscado es:

$$(41{,}5 - \frac{0{,}3}{\sqrt{10}}1{,}96\ ,\ 41{,}5 + \frac{0{,}3}{\sqrt{10}}1{,}96) = (41{,}5\text{-}0{,}1859\ ,\ 41{,}5\text{+}0{,}1859) = \mathbf{(41{,}314\ \ ,\ \ 41{,}686)}$$

Ejemplo 2.

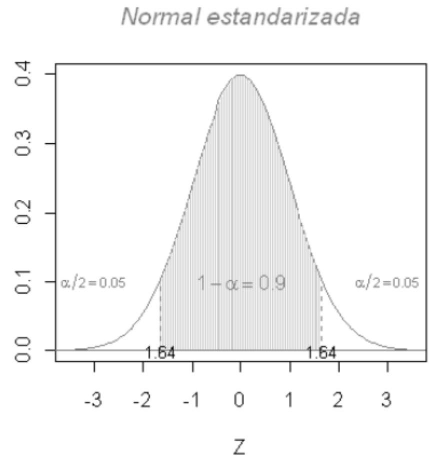
Se ha obtenido una muestra de 25 alumnos de una Facultad para estimar la calificación media de los expedientes de los alumnos en la Facultad. Se sabe por otros cursos que la desviación típica de las puntuaciones en dicha Facultad es de 2.01 puntos. La media de la muestra fue de 4.9. Calcule

1. Intervalo de confianza para la Media Poblacional con un Nivel de Confianza del 90 %.
2. Intervalo de confianza para la Media Poblacional con un Nivel de Confianza del 99 %.

1. Intervalo de confianza al 90 %. Usamos la fórmula:

$$\overline{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Los cuantiles de orden 0.05 y 0.95, que encierran en el centro de la distribución normal un área igual a 0.9 se muestran en el gráfico siguiente:



Por último, sustituyendo los datos en la fórmula del intervalo, tenemos:

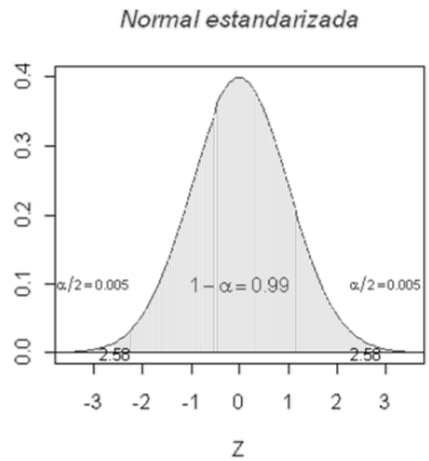
$$4{,}9 \pm 1{,}64\frac{2{,}01}{\sqrt{25}} \equiv 4{,}9 \pm 0{,}66$$

$$(4{,}24, 5{,}56)$$

2. Intervalo de confianza al 99 %.

$$\overline{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

De modo similar obtenemos los cuantiles de orden 0.005 y 0.995 que describen en el modelo normal una confianza del 99 %



Por último, sustituyendo los datos en la fórmula del intervalo, tenemos:

$$4{,}9 \pm 2{,}58\frac{2{,}01}{\sqrt{25}} = 4{,}9 \pm 1{,}04$$

$$(3{,}86, 5{,}94)$$

b) Cálculo del intervalo de confianza para la media, cuando no se conoce la desviación típica poblacional en una variable aleatoria normal

Se presenta el intervalo que contiene a la media poblacional:

$$\overline{X} - \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2} < \mu < \overline{X} + \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}$$

A la expresión $\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}t_{\sigma/2}$ se le denomina margen de error y en ocasiones se expresa en tanto por ciento. Obsérvese que se trata del radio del intervalo.

Ejemplo 1.

La puntuación media de una muestra de 20 jueces de gimnasia rítmica, elegidos al azar, para una misma prueba, presentó una media de 9,8525 y una cuasi desviación típica muestral de 0,0965. Calcular un intervalo de confianza con un 95% para la nota media. (Suponemos que la variable que mide la puntuación sigue una distribución normal.)

Estamos en el caso de un intervalo de confianza para la media desconociendo la desviación típica de la población. Del enunciado del problema se desprenden directamente los siguientes datos:

$$\overline{X} = 9{,}8525. \quad S_{n-1} = 0{,}0965. \quad n = 20 \quad 1-\alpha = 0{,}95$$

Tenemos que buscar un valor $t_{\sigma/2}$ de modo que en la distribución t-Student con 19 grados de libertad deje una área de probabilidad a la derecha igual a α/2, es decir 0,025. Dicho valor se corresponde con un valor de t =2,0930.

Así pues el intervalo buscado es:

$$(9{,}8525 - \frac{0{,}0965}{\sqrt{20}} 2{,}0903 \;,\; 9{,}8525 + \frac{0{,}0965}{\sqrt{20}} 2{,}0903) = (9{,}8525 - 0{,}045 \;,\; 9{,}8525 + 0{,}045) = (9{,}807{,}9{,}897)$$

Ejemplo 2.

Se ha obtenido una muestra de 15 vendedores de una Editorial para estimar el valor medio de las ventas por trabajador en la Empresa. La media y la varianza de la muestra (en miles de euros) son 5 y 2 respectivamente. Calcule

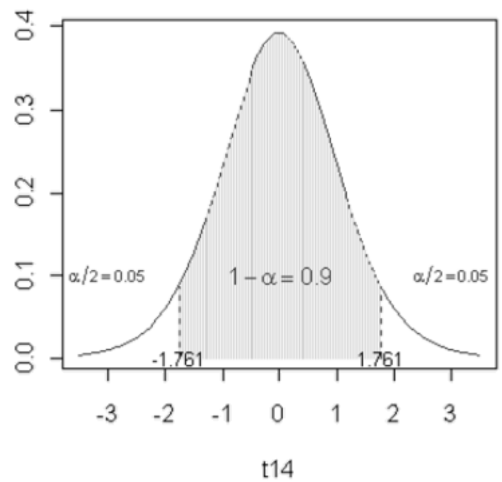
1. Intervalo de confianza para la media de ventas por vendedor al 90 %. Usamos la fórmula:

$$\overline{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Se conoce la varianza de la muestra $V(X) = 2$, pero necesitamos la cuasi-varianza $S^2{}_{n-1}$

$$S^2{}_{n-1} = \frac{n}{n-1} V(x) = \frac{15}{14} 2 = 2{,}143$$

Y, por tanto, una cuasi-desviación típica igual a $s = \sqrt{s^2} = 1{,}464$. Los cuantiles de orden 0.05 y 0.95, que encierran en el centro de la distribución t de Student con 14 g.l. un área igual a 0.9 se muestran en el gráfico siguiente:



Por último, sustituyendo los datos en la fórmula del intervalo, tenemos:

$$5 \pm 1{,}761 \frac{1{,}464}{\sqrt{15}} \equiv 5 \pm 0{,}666$$

$$(4{,}334, 5{,}666)$$

c) *Cálculo del intervalo de confianza para la varianza de la población en una variable aleatoria normal.*

Se presenta el intervalo que contiene a la varianza poblacional:

$$\frac{(n-1)S^2{}_{n-1}}{X^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2{}_{n-1}}{X^2_{1-\alpha/2}}$$

Ejemplo 1.

La puntuación media de una muestra de 20 jueces de gimnasia rítmica, elegidos al azar, para una misma prueba, presentó una cuasi desviación típica muestral de 0,0965. Calcular un intervalo de confianza con un 95% para la varianza. (Suponemos que la variable que mide la puntuación sigue una distribución normal.)

Del enunciado del problema se desprenden directamente los siguientes datos:

$$S^2_{n-1} = 0{,}00931225. \quad n = 20 \quad 1-\alpha = 0{,}95$$

Tenemos que buscar un valor $x^2_{1-\sigma/_2}$ *de modo que en la distribución chi-cuadrado con 19 grados de libertad deje un área de probabilidad a la derecha igual a 1-α/2, es decir 0,975 y otro valor* $x^2_{\sigma/_2}$ *que deje un área de probabilidad a la derecha igual a α/2, es decir 0,025. Ambos valores se corresponden respectivamente con 8,9065 y 32,852*

Así pues el intervalo buscado para la varianza es:

$$\left(19.\frac{0{,}00931225}{32{,}852}\ ,\ 19.\frac{0{,}00931225}{8{,}9065}\right) = (0{,}0053\ ,\ 0{,}019\ )$$

Problema 2.

Se ha obtenido una muestra de 15 vendedores de una Editorial para estimar el valor medio de las ventas por trabajador en la Empresa. La media y la varianza de la muestra (en miles de euros) son 5 y 2 respectivamente. Calcule

2. Intervalo de confianza para la varianza al 90 %.

$$\frac{(n-1)S^2{}_{n-1}}{X^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2{}_{n-1}}{X^2_{1-\alpha/2}}$$

Se conoce la varianza de la muestra $V(X) = 2$, pero necesitamos la cuasi-varianza $S^2{}_{n-1}$

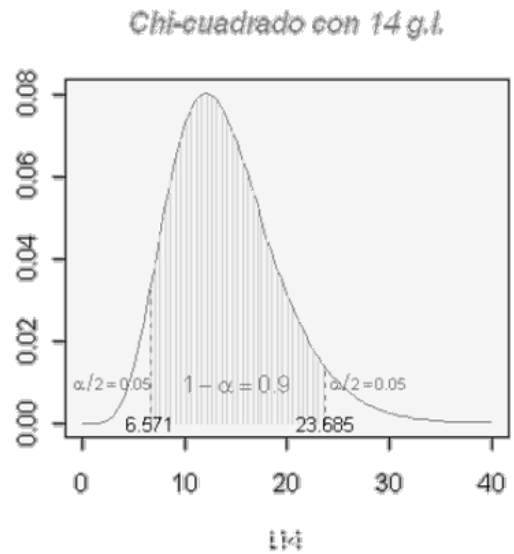
$$S^2{}_{n-1} = \frac{n}{n-1}V(x) = \frac{15}{14}2 = 2{,}143$$

De modo similar obtenemos los cuantiles de orden 0.05 y 0.95 que describen en el modelo chi-cuadrado con 14 g.l. una confianza del 90 %

Por último, sustituyendo los datos en la fórmula del intervalo, tenemos:

$$\left(\frac{(15-1)2{,}143}{23{,}685}, \frac{(15-1)2{,}143}{6{,}571}\right)$$

$$(1{,}27, 4{,}58)$$



d) Intervalo de confianza para la proporción.

Queremos estimar la proporción p de que ocurra un determinado suceso en una población y tomamos una muestra de tamaño n. Se presenta el intervalo que contiene a la Proporción poblacional:

$$p' - \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}z_{\alpha/2} < p < p' - \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}z_{\alpha/2}$$

Dónde:

$p = Proporcion\ Poblacional\ (desconocida)$
$p' = Proporcion\ muestral$
$n = Tamaño\ de\ la\ muestra$
$\alpha = complemento\ del\ nivel\ de\ confianza$
$Z\alpha/_2 = Valor\ Area\ bajo\ la\ curva$

Ejemplo1:

En una encuesta hecha por alumnos y alumnas de un instituto a un total de 100 votantes elegidos al azar en su Municipio, se obtiene que el 55% volvería a votar al actual alcalde. Calcular un intervalo de confianza al 99% para la proporción de votantes favorables al actual alcalde.

Los datos desprendidos del enunciado del problema son: $p' = 0{,}55 \quad n = 100 \quad 1-\alpha = 0{,}99$

Tenemos que buscar un valor $Z\alpha/_2$ *de modo que en la distribución deje un área de probabilidad a la derecha igual a α/2, es decir 0,005. Como la función de distribución de probabilidad de la tabla me da el área de probabilidad acumulada, es decir a la izquierda, tengo que ver qué valor de z me deja a la izquierda 0,995, que se corresponde para un valor de* $z = 2{,}57$.

Así pues el intervalo buscado es:

$$\left(0{,}55-\sqrt{\frac{0{,}55.0{,}45}{100}}.2{,}57 \quad , \quad 0{,}55-\sqrt{\frac{0{,}55.0{,}45}{100}}.2{,}57\right)=(0{,}55-0{,}1278\ ,\ 0{,}55+0{,}1278)=(\ 0{,}4222\ ,\ 0{,}6778)$$

Ejemplo 2.

Se ha obtenido una muestra al azar de 150 vendedores de una Editorial para estimar la proporción de vendedores en la Editorial que no alcanza un límite de ventas mínimo establecido por la dirección. De entre los seleccionados, 50 no han conseguido llegar al límite de ventas mínimo establecido.

1. Intervalo de confianza para la proporción de trabajadores en la Editorial que no alcanza el límite al 80 %.
2. Intervalo de confianza para la proporción de trabajadores en la Editorial que no alcanza el límite al 99 %.
3. Interprete los intervalos obtenidos.

1. Intervalo de confianza para la proporción al 80 %. Usamos la fórmula:

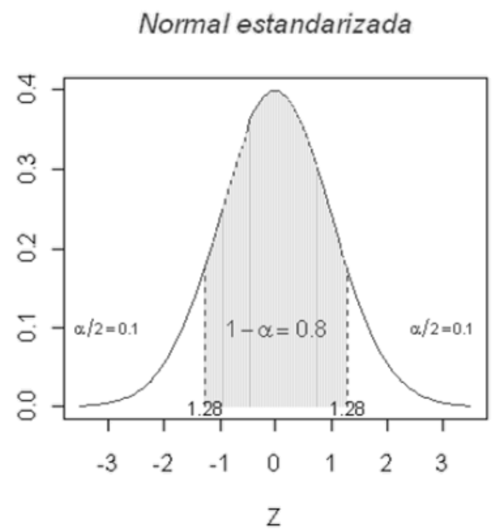
$$p'-\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}z_{\alpha/2} < p < p'-\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}z_{\alpha/2}$$

La proporción de la muestra es $p' = \frac{50}{150} = 0{,}333$. Los cuantiles de orden 0.1 y 0.9 para el nivel de confianza dado son -1.28 y 1.28, respectivamente.

Sustituyendo en la expresión del intervalo:

$$0{,}333 \pm 1{,}28\sqrt{\frac{0{,}333(1-0{,}333)}{150}}$$

$$(0{,}28, 0{,}38)$$



Actividad De Integración 3

Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Problema 1. Estimación de intervalo de confianza para la media
Una muestra de 26 personas seleccionadas al azar de una población de un barrio, tiene una media salarial de 1800 euros y una varianza de 10.000 euros. Estime la media salarial en el barrio a un nivel confianza de 90

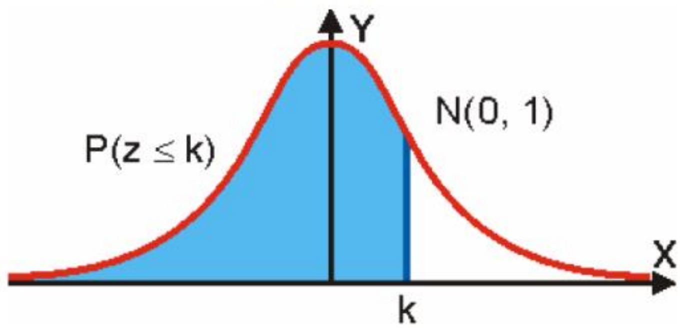
Problema 2. Estimación de intervalo de confianza para la varianza
Con los datos del ejemplo anterior estime la varianza salarial en el barrio a un nivel de confianza del 80

Problema 3. Estimación de intervalo de confianza para la proporción
En una muestra al azar de 120 empresas inspeccionadas de entre las visitadas un año determinado por los inspectores de trabajo de una provincia se ha sancionado a 90 de ellas. Estime a un nivel de confianza del 80% la proporción de empresas que sanciona la Inspección de Trabajo.

Problema 4. Estimación de intervalo de confianza para la media y para la varianza
Se desea estimar la demanda diaria de un producto que registra una empresa. Para ello se seleccionan 10 días al azar con los siguientes valores en miles 35; 44; 38; 55; 33; 56; 67; 45; 48; 40

1. *Obtenga el intervalo de confianza para la demanda media diaria a un nivel de confianza del 90 %.*
2. *Obtenga el intervalo de confianza para la varianza un nivel de confianza del 90%*

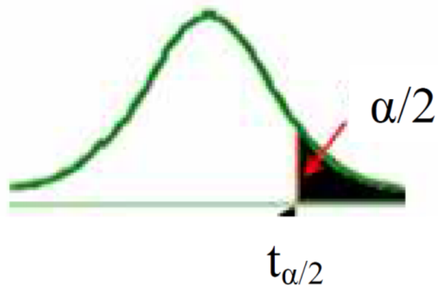
TABLAS



ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, N(0, 1)

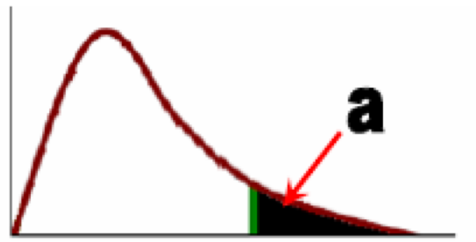
z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN t-STUDENT con cola a la derecha.



gl	0.4	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.326	31.596
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.706
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.255	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	0.254	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	0.254	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
Infinito	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

TABLA CHI-CUADRADO DE COLA A LA DERECHA



X^2_a

grados libertad	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
v	a=0,100	a=0,050	a=0,025	a=0,010	a=0,005	a=0,001
1	2,70554397	3,84145915	5,02388647	6,63489671	7,87943869	10,8275662
2	4,60517019	5,99146455	7,37775891	9,21034037	10,5966347	13,8155106
3	6,25138846	7,81472776	9,34840357	11,3448667	12,8381564	16,2662362
4	7,77944034	9,48772904	11,1432868	13,2767041	14,860259	18,466827
5	9,23635694	11,0704978	12,832502	15,0862725	16,7496024	20,5150057
6	10,6446407	12,5915872	14,4493753	16,8118938	18,5475842	22,4577445
7	12,0170366	14,0671404	16,0127643	18,4753069	20,2777399	24,3218863
8	13,3615661	15,5073131	17,5345461	20,090235	21,954955	26,1244816
9	14,6836566	16,9189776	19,0227678	21,6659943	23,5893508	27,8771649
10	15,9871792	18,3070381	20,4831774	23,2092512	25,1881796	29,5882984
11	17,2750085	19,6751376	21,9200493	24,7249703	26,7568489	31,2641336
12	18,5493478	21,0260698	23,3366642	26,2169673	28,2995188	32,9094904
13	19,8119293	22,3620325	24,7356049	27,6882496	29,8194712	34,528179
14	21,0641442	23,6847913	26,118948	29,1412377	31,3193496	36,1232737
15	22,3071296	24,9957901	27,4883929	30,5779142	32,8013206	37,6972982
16	23,5418289	26,2962276	28,8453507	31,9999269	34,2671865	39,2523548
17	24,7690353	27,5871116	30,1910091	33,4086636	35,7184657	40,7902167
18	25,9894231	28,8692994	31,5263784	34,8053057	37,1564515	42,3123963
19	27,2035711	30,1435272	32,8523269	36,1908691	38,5822565	43,820196
20	28,4119806	31,4104329	34,1696069	37,5662348	39,9968463	45,3147466
21	29,6150894	32,6705734	35,4788759	38,9321727	41,4010648	46,797038
22	30,8132823	33,9244385	36,7807121	40,2893604	42,795655	48,2679423
23	32,0068997	35,1724616	38,0756273	41,6383981	44,1812752	49,7282325
24	33,1962443	36,4150285	39,3640771	42,9798201	45,5585119	51,1785978
25	34,381587	37,6524841	40,6464692	44,3141049	46,9278902	52,6196558
26	35,5631712	38,8851386	41,9231702	45,6416827	48,2898823	54,0519624
27	36,7412168	40,1132721	43,194511	46,9629421	49,6449153	55,4760202
28	37,9159226	41,3371381	44,4607918	48,2782358	50,9933763	56,8922854
29	39,0874698	42,5569678	45,7222858	49,5878845	52,3356178	58,3011735
30	40,2560238	43,7729718	46,9792422	50,8921814	53,6719619	59,7030643
31	41,4217359	44,9853432	48,2318896	52,1913949	55,0027039	61,098306
32	42,5847451	46,1942594	49,4804377	53,4857719	56,328115	62,487219
33	43,7451796	47,3998838	50,72508	54,7755398	57,6484453	63,8700985
34	44,9031576	48,6023674	51,9659952	56,0609088	58,9639259	65,2472175
35	46,0587885	49,8018496	53,2033485	57,3420734	60,2747709	66,6188289
36	47,212174	50,9984602	54,4372936	58,6192145	61,5811792	67,9851676

3.2 Contraste de Hipótesis.

Hipótesis estadísticas

Un **test estadístico** *es un procedimiento para, a partir de una muestra aleatoria y significativa,* **extraer conclusiones** *que permitan* **aceptar o rechazar una hipótesis** *previamente emitida sobre el valor de un parámetro desconocido de una población.*
La hipótesis emitida se designa por **H0** *y se llama* hipótesis nula.
La hipótesis contraria se designa por **H1** *y se llama* hipótesis alternativa.

Contrastes de hipótesis

1. Enunciar la hipótesis nula H0 y la alternativa H1.

Bilateral	*H0=k*	*H1 ≠ k*
Unilateral	*H0≥ k*	*H1 < k*
	H0 ≤k	*H1> k*

2. *A partir de un nivel de confianza* $\mathbf{1-\alpha}$ *o el de significación* $\boldsymbol{\alpha}$*. Determinar:*
   El valor $\mathbf{z\alpha/2}$ *(bilaterales), o bien* $\mathbf{z\alpha}$ *(unilaterales)*
   La zona de aceptación del parámetro muestral ($\overline{\boldsymbol{x}}$ *o* **p'***).*
3. *Calcular:* $\overline{\boldsymbol{x}}$ *o* **p'***, a partir de la muestra.*
4. *Si el valor del parámetro muestral está dentro de la zona de la aceptación, se acepta la hipótesis con un nivel de significación* $\boldsymbol{\alpha}$*. Si no, se rechaza.*

Problema 1.

Se sabe que la desviación típica de las notas de cierto examen de Matemáticas es 2,4. Para una muestra de 36 estudiantes se obtuvo una nota media de 5,6. ¿Sirven estos datos para confirmar la hipótesis de que la nota media del examen fue de 6, con un nivel de confianza del 95%?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*
   $\boldsymbol{H0}: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{6}$ *La nota media no ha variado.*
   $\boldsymbol{H1}: \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{6}$ *La nota media ha variado.*

2. *Zona de aceptación*
   Para $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0.05}$*, le corresponde un valor crítico:* $\boldsymbol{Z}_{\alpha/2} = \mathbf{1.96.}$

3. *Determinamos el intervalo de confianza para la media:*
   $(\mathbf{6-1,96 \cdot 0,4}\,;\ \mathbf{6+1,96 \cdot 0,4}) = (\mathbf{5,22}\,;\ \mathbf{6,78})$

4. *Verificación: Valor obtenido de la media de la muestra:* 5,6 .

5. *Decisión:* Aceptamos la hipótesis nula H0*, con un nivel de significación del 5%.*

Problema 2.

Se cree que el nivel medio de protombina en una población normal es de 20 mg/100 ml de plasma con una desviación típica de 4 miligramos/100 ml. Para comprobarlo, se toma una muestra de 40 individuos en los que la media es de 18.5 mg/100 ml. ¿Se puede aceptar la hipótesis, con un nivel de significación del 5%?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   $\boldsymbol{H0} : \boldsymbol{\mu} = \mathbf{20}\ \boldsymbol{mg}/\mathbf{100}\ \boldsymbol{ml}$

   $\boldsymbol{H1} : \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{20}\ \boldsymbol{mg}/\mathbf{100}\ \boldsymbol{ml}$

2. *Zona de aceptación*

   *Para **α = 0.05**, le corresponde un valor crítico: **zα/2 = 1.96**.*

   Determinamos el intervalo de confianza para la media:

$$\left(20-1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{40}}\ ,\ 20+1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{40}}\right)=(18.77,\ 21.23)$$

3. *Verificación: Valor obtenido de la media de la muestra: 18.5.*

4. *Decisión: Rechazamos la hipótesis nula H0, con un nivel de significación del 5%.*

Problema 3.

Un fabricante de lámparas eléctricas está ensayando un nuevo método de producción que se considerará aceptable si las lámparas obtenidas por este método dan lugar a una población normal de duración media 2400 horas, con una desviación típica igual a 300. Se toma una muestra de 100 lámparas producidas por este método y esta muestra tendrá una duración media de 2320 horas. ¿Se puede aceptarr la hipótesis de validez del nuevo proceso de fabricación con un riesgo igual o menor al 5%?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   H0 : μ = 2400

   H1 : μ ≠2400

2. *Zona de aceptación*

   ***α = 0.05   zα = 1.96**.*

   Determinamos el intervalo de confianza para la media:

$$\left(2400-1,96\cdot\frac{300}{\sqrt{100}}\ ;\ 2400+1,96\cdot\frac{300}{\sqrt{100}}\right)=(2341,2;\ 2458.8)$$

3. *Verificación:*

   Valor obtenido de la media de la muestra: 2320 .

4. *Decisión:*

   Rechazamos la hipótesis nula H0, con un nivel de significación del 5%.

Problema 4.

Un sociólogo ha pronosticado, que en una determinada ciudad, el nivel de abstención en las próximas elecciones será del 40% como mínimo. Se elige al azar una muestra aleatoria de 200 individuos, con derecho a voto, 75 de los cuales estarían dispuestos a votar. Determinar con un nivel de significación del 1%, si se puede admitir el pronóstico.

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   H0 : μ ≥ 0.40   *La abstención será como mínimo del 40%.*

   H1 : μ < 0.40   *La abstención será como máximo del 40%;*

2. *Zona de aceptación*

*Para **α = 0.01**, le corresponde un valor crítico: **zα = 2.33**.*

Determinamos el intervalo de confianza para la media:

$$\left(0.4-2.33\cdot\sqrt{\frac{0.4\cdot0.6}{200}},\ \infty\right)=\left(0.3192;\ \infty\right)$$

3. *Verificación.*

$$p'=\frac{125}{200}=0.625$$

4. *Decisión*

***Aceptamos la hipótesis nula H0**. Podemos afirmar, con un nivel de significación del 1%, que la La abstención será como mínimo del 40%.*

Problema 5.

Un informe indica que el precio medio del billete de avión entre Canarias y Madrid es, como máximo, de 120 € con una desviación típica de 40 €. Se toma una muestra de 100 viajeros y se obtiene que la media de los precios de sus billetes es de 128 €. ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación igual a 0,1, la afirmación de partida?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   H0 : μ ≤ 120

   H1 : μ > 120

2. *Zona de aceptación*

   *Para **α = 0.1**, le corresponde un valor crítico: **zα = 1.28** .*

   Determinamos el intervalo de confianza:

$$\left(-\infty;\ 120+1.28\frac{40}{\sqrt{100}}\right)=\left(-\infty;\ 125.12\right)$$

3. *Verificación: Valor obtenido de la media de la muestra: 128 €.*

4. *Decisión: **No aceptamos la hipótesis nula H0**. Con un nivel de significación del 10%.*

Problema 6.

La duración de la bombillas de 100 W que fabrica una empresa sigue una distribución normal con una desviación típica de 120 horas de duración. Su vida media está garantizada durante un mínimo de 800 horas. Se escoge al azar una muestra de 50 bombillas de un lote y, después de comprobarlas, se obtiene una vida media de 750 horas. Con un nivel de significación de 0,01, ¿habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   H0 : μ ≥ 800

   H1 : μ <800

2. *Zona de aceptación*

   α = 0.01**; **zα = 2.33

   Determinamos el intervalo de confianza:

$$\left(800-2,33\cdot\frac{120}{\sqrt{50}};\ \infty\right)=\left(760,46;\ \infty\right)$$

3. *Verificación.*

   ***x** = 750*

4. *Decisión*

   ***Rechazamos la hipótesis nula H0**. Con un nivel de significación del 1%.*

Problema 7.

El control de calidad una fábrica de pilas y baterías sospecha que hubo defectos en la producción de un modelo de batería para teléfonos móviles, bajando su tiempo de duración. Hasta ahora el tiempo de duración en conversación seguía una distribución normal con media 300 minutos y desviación típica 30 minutos. Sin embargo, en la inspección del último lote producido, antes de enviarlo al mercado, se obtuvo que de una muestra de 60 baterías el tiempo medio de duración en conversación fue de 290 minutos. Suponiendo que ese tiempo sigue siendo Normal con la misma desviación típica: ¿Se puede concluir que las sospechas del control de calidad son ciertas a un nivel de significación del 2%?

1. *Enunciamos las hipótesis nula y alternativa:*

   H0 : μ ≥ 300

   H1 : μ < 300

2. *Zona de aceptación*

   ***α = 0.02;   1- α = 0. 98;   P(1.96)= 0. 98;   zα = 1.96** .*

   Determinamos el intervalo de confianza:

$$\left(300 - 2.33 \cdot \frac{30}{\sqrt{60}} ; \infty\right) = (290.98, \infty)$$

3. *Verificación.*

   ***μ** = 290*

4. *Decisión*

***Rechazamos la hipótesis nula** H0. Con un nivel de significación* del 2%.

Actividad De Integración 4

Forme grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los siguientes ejercicios y problemas que a continuación se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

Contrastes de Hipótesis

Ejemplos resueltos de contrastes de hipótesis para la media y la proporción

Dada una población sobre la que se observa una variable X, tal que

$$X \to N(\mu, \sigma)$$

Se desea contrastar a un nivel de significación α la hipótesis nula:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

frente a la alternativa

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Con los datos observados se determina la media de la muestra, $\bar{X}$ y el estadístico de contraste Z. Se sabe que el estadístico media muestral sigue un modelo normal de media $E(\overline{X}) = \mu$ y desviación típica $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

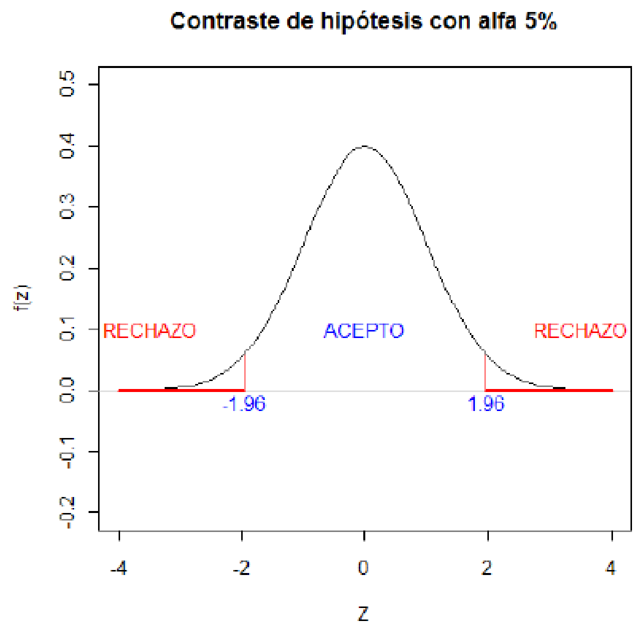
por tanto, el estadístico de contraste, z, definido como

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

que sigue un modelo $N(0, 1)$.

En general, se desconoce la desviación típica, σ, de la población, por lo que suele usarse un estimador usando los datos de la muestra. La cuasi-varianza de la muestra, s^2, es un estimador insesgado de la varianza, σ^2,de la población. Para tamaños de muestra $n \geq 30$ se puede tomar la cuasi-desviación típica de la muestra, $s = \sqrt{s^2}$,en sustitución del parámetro σ del estadístico de contraste z, que se aproxima a una $N(0, 1)$

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \hookrightarrow N(0, 1)$$

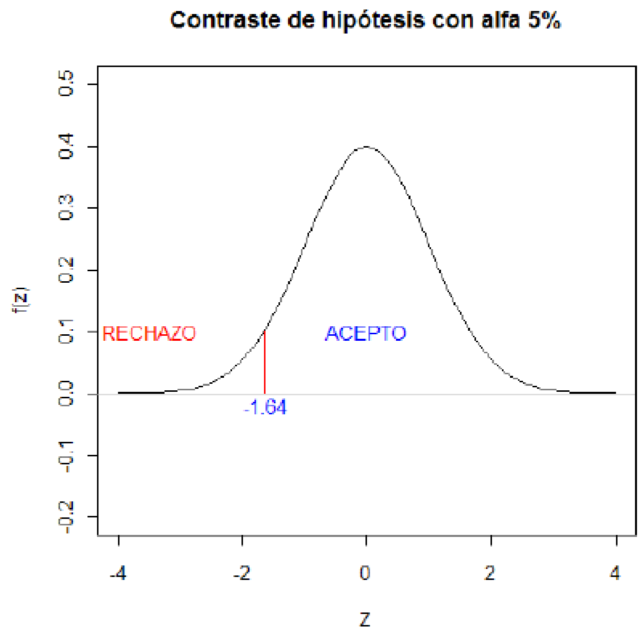


Otra forma de plantear el contraste es estableciendo únicamente una cola para la región de rechazo. Como por ejemplo:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$

frente a la alternativa

$$H_1 : \mu < \mu_0$$



Nota: Recuerde que

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$$
$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^2 n_i}{N-1}$$

Ejemplo 1. Contraste de hipótesis para la media

Un auditor desea contrastar a un nivel de significación de 0.05 la hipótesis nula de que la media de las deudas por cobrar de una empresa es de 150.000 euros. Para ello se selecciona una muestra al azar de 50 de dichas deudas con un valor medio y cuasi-desviación típica muestrales 189.000 y de 80.000, respectivamente. Compruebe si se rechaza o acepta dicha hipótesis

$$H_0 : \mu = 150{,}000$$

$$H_1 : \mu \neq 150{,}000$$

Solución ejemplo 1. Contraste de hipótesis para la media

$$\alpha = 0{,}05$$

Para $\alpha = 0{,}05$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1{,}96$

Se determina el estadístico de contraste Z con el estadístico muestral transformándolo en un valor Z, usando media de la muestra y desviación típica muestral), y se observa si cae en la zona de rechazo

El estadístico muestral Z

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0,1)$, dado que el tamaño de muestra es mayor que 30.

Estadístico de contraste z es igual a

$$z = \frac{189000 - 150000}{\frac{80000}{\sqrt{50}}} = 3{,}447$$

$Z = 3{,}447$ cae en zona de rechazo, fuera de los límites $(-1{,}96, 1{,}96)$, por lo que se rechaza H_0.

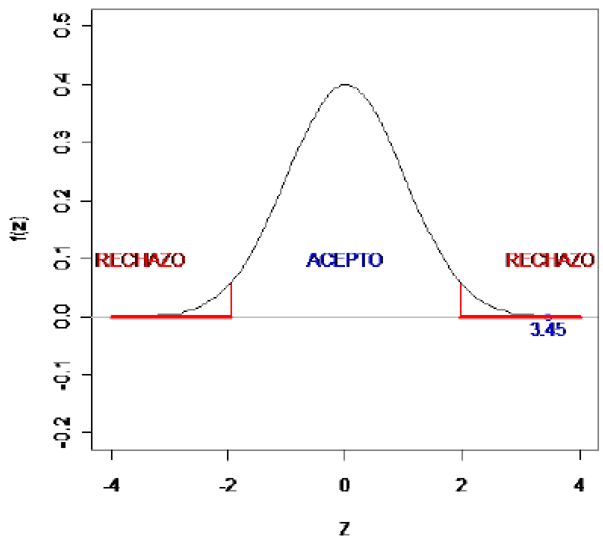
Otra forma equivalente de decisión es viendo si el $p-valor$ es inferior al nivel de significación 0,05

$$p - valor < \alpha \Longrightarrow RECHAZO$$

$$p - valor \geq \alpha \Longrightarrow ACEPTO$$

$$p - valor = P(|Z| > 3{,}45) = 0{,}00056 < 0{,}05$$

Por tanto, se rechaza H_0.



Ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la media

Un fabricante afirma que la vida media de un componente electrónico supera las 1500 horas. Se selecciona una muestra de 900 componentes de la producción para establecer un control de calidad, obteniéndose los siguientes resultados. Media y cuasi-varianza muestrales iguales a $\overline{X} = 1450$ y $s^2 = 650$, respectivamente.

Contraste la hipótesis

$$H_0 : \mu > 1500$$

frente a la alternativa

$$H_1 : \mu < 1500$$

a un nivel de significación α del 5 %.

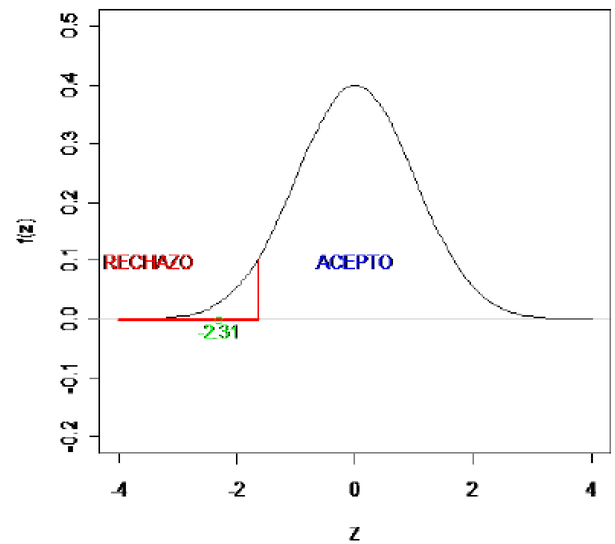
Solución ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la media

El estadístico muestral $Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ sigue un modelo $N(0,1)$, dado que el tamaño de muestra es mayor que 30.

Estadístico de contraste $z = (1450 - 1500)/\sqrt{650/900}$

$Z = -2{,}31$ cae en zona de rechazo (fuera de los límites $(-1{,}645, \infty)$)

La región de rechazo ahora es



Otra forma de decidir es viendo si el $p - valor$ es inferior al nivel de significación 0,05

$$p - valor = P(Z < -1{,}645) = 0{,}0105 < 0{,}05$$

Por tanto se rechaza H_0.

Ejemplo 3. Contraste de hipótesis para la media

Se piensa que el tiempo medio que está en paro un tipo de profesional de un determinado sector es de 13.5 meses. Para contrastar esta hipótesis al nivel $\alpha = 5\,\%$ frente a la alternativa (que no es cierto) se tomó una muestra de 45 profesionales que estuvieron en paro en ese sector y se obtuvo una media de 17,2 meses y una cuasi-desviación típica de 15,3 meses.

Compruebe si se rechaza o acepta dicha hipótesis.

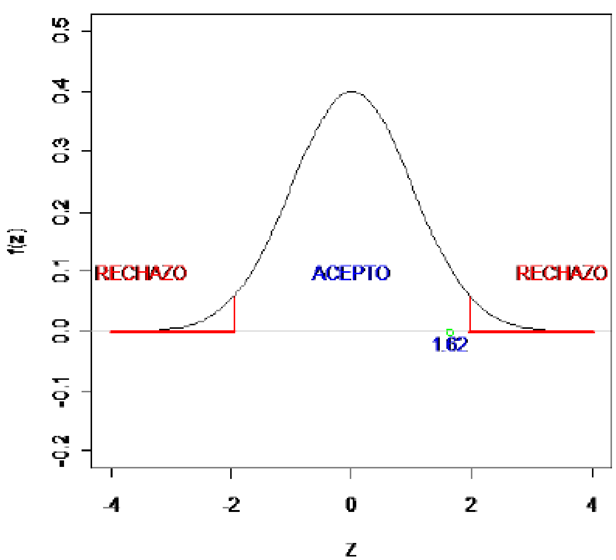
Solución ejemplo 3. Contraste de hipótesis para la media

$$H_0 : \mu = 13{,}5$$
$$H_1 : \mu \neq 13{,}5$$

$\alpha = 0{,}05$. La hipótesis alternativa define dos zonas de rechazo.
Para $\alpha/2 = 0{,}05/2 = 0{,}025$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1{,}96$.
Se determina el estadístico de contraste Z con los datos de la muestra y se observa si cae o no en la zona de rechazo.
El estadístico muestral

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0,1)$, dado que el tamaño de muestra (45) es mayor que 30.
Estadístico de contraste $z = (17{,}2 - 13{,}5)/(15{,}3/\sqrt{45})$
$Z = 1{,}62$ cae en zona de aceptación, dentro de los límites $(-1{,}96, 1{,}96)$, por tanto no se puede rechazar H$_0$.



Otra forma: viendo si el $p - valor$ es o no inferior al nivel de significación del 5

$$p\text{–}valor = P(|Z| > 1{,}62) = P(Z < -1{,}62) + P(Z > 1{,}62) = 2 * P(Z < -1{,}62) = 0{,}1048$$

$$p - valor = 0{,}1048 > 0{,}05$$

por tanto, se acepta la hipótesis nula.

Ejemplo 4. Contraste de hipótesis para la proporción

En una muestra de 250 personas en edad laboral de una zona determinada se encuentra que el 14 % esta en paro. Los datos recogidos del INE para el año anterior fueron de una tasa de paro del 10 %. ¿Puede asumirse la hipótesis de estabilidad de la tasa de paro?. Contraste la hipótesis de mantenimiento de la tasa en el 10 %, dada por la Administración a un nivel α del 5 %

Solución ejemplo 4. Contraste de hipótesis para la proporción

$$H_0 := 0{,}1$$
$$H_1 :\neq 0{,}1$$

$\alpha = 0{,}05$. La hipótesis alternativa define dos zonas de rechazo.
Para $\alpha/2 = 0{,}05/2 = 0{,}025$ los límites de confianza en la normal estandarizada son $\pm 1{,}96$.
Se determina el estadístico de contraste Z con los datos de la muestra y se observa si cae o no en la zona de rechazo.
El estadístico muestral

$$Z = \frac{u_p - p}{\frac{p(1-p)}{\sqrt{n}}}$$

sigue un modelo $N(0,1)$, dado que el tamaño de muestra (n=250) es grande.
Estadístico de contraste $z = (0{,}14 - 0{,}1)/(0{,}10{,}9/\sqrt{250})$
$Z = 7{,}027$ cae en zona de rechazo (fuera de los límites $(-1{,}96, 1{,}96)$), por tanto se rechaza H$_0$.
Otra forma: viendo si el $p - valor$ es o no inferior al nivel de significación del 5 %

$$p{-}valor = P(|Z| > 7{,}03) = P(Z < -7{,}03) + P(Z > 7{,}03) = 2 * P(Z < -7{,}03) = 0$$

$$p - valor = 0 < 0{,}05$$

por tanto, se RECHAZA la hipótesis nula. La tasa de paro no es la misma del año anterior.

Ejemplos propuestos

Ejemplo 1. Contraste de hipótesis para media

Los resultados de una muestra seleccionada al azar de las calificaciones obtenidas por los 120 estudiantes de una academia de opositores en un examen ha sido media=35 puntos varianza=25 puntos

El director de la academia establece que la media alcanzada por sus alumnos supera lo 40 puntos. Contraste la hipótesis a un nivel de significación del 1 %.

Ejemplo 2. Contraste de hipótesis para la proporción

Un partido político realiza un sondeo para conocer la intención de voto. En una muestra de 300 votantes se encuentra que solo 105 son favorables al partido. Contraste la hipótesis a un nivel de significación del 10 % de que al menos el 40 % de la población lo votará.

Actividad de integración.

Integre grupos de tres estudiantes y desarrolle los ejercicios propuestos en la página del libro de texto, Apartados I, II, II, IV, V
Entregarlos en la fecha indicada por el profesor en el cuaderno de práctica.