UNIDAD 3
RESOLVAMOS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

	COLEGIO DE LA IGLESIA EVANGELICA EL DIOS DE ISRAEL **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 9º Grado A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo:______________* *Periodo: _______________*

UNIDAD 3. RESOLVAMOS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO ***Objetivo de unidad:*** *Interpretar y resolver con seguridad, situaciones problemáticas, escolares y sociales, utilizando las ecuaciones de segundo grado.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
1. Ecuaciones de segundo grado. • *Ecuación general o canónica.* • *Ecuaciones completas e incompletas.*	✓ *Determinación de los elementos y las características que tiene una ecuación de segundo grado.* ✓ *Diferenciación y resolución de las ecuaciones completas e incompletas utilizando la Formula General.*	✓ *Interés y confianza al determinar una ecuación de segundo grado a partir de sus características.*
2. Métodos de solución: • *Fórmula general.* • *Por factorización.* • *Por complementación de cuadrados.*	✓ *Deducción y aplicación de la Fórmula para resolver una ecuación de segundo grado.* ✓ *Factorización. Justificación. Ejercicios.* ✓ *Complementación de trinomios cuadrados perfectos. Justificación. Ejercicios.*	✓ *Seguridad y precisión al resolver las ecuaciones cuadráticas completas e incompletas aplicando la formula general.*
3. Discriminante.	✓ *Deducción, explicación y resolución de ejercicios y problemas utilizando el discriminante en la fórmula general:* $\Delta = b^2 - 4ac$	✓ *Seguridad y precisión al deducir, explicar y resolver ejercicios y problemas utilizando el discriminante* $\Delta = b^2 - 4ac$

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:*

- *Determina los elementos y las características que tiene una ecuación de segundo grado.*
- *Diferencia y resuelve las ecuaciones completas e incompletas utilizando la Formula General.*
- *Muestra Interés y confianza al determinar una ecuación de segundo grado a partir de sus características.*
- *Deduce y aplica la Fórmula para resolver una ecuación de segundo grado.*
- *complementa trinomios cuadrados perfectos. Justificación. Ejercicios.*
- *Muestra Seguridad y precisión al resolver las ecuaciones cuadráticas completas e incompletas aplicando la formula general.*
- *Deduce, explica y resuelve de ejercicios y problemas utilizando el discriminante en la fórmula general:* $\Delta = b^2 - 4ac$ *Muestra Seguridad y precisión al deducir, explicar y resolver ejercicios y problemas utilizando el discriminante* $\Delta = b^2 - 4ac$

Indicadores de logro. • *Determina los elementos y las características que tiene una ecuación de segundo grado.* • *Diferencia y resuelve las ecuaciones completas e incompletas utilizando la Formula General.*	***Material de Apoyo*** ✓ *Libro de Texto Santillana 9º. Pioneros* ✓ *Matemática 9º. Editorial ESE.*

• *Muestra Interés y confianza al determinar una ecuación de segundo grado a partir de sus características.* • *Deduce y aplica la Fórmula para resolver una ecuación de segundo grado.* • *complementa trinomios cuadrados perfectos. Justificación. Ejercicios.* • *Muestra Seguridad y precisión al resolver las ecuaciones cuadráticas completas e incompletas aplicando la formula general.* • *Deduce, explica y resuelve de ejercicios y problemas utilizando el discriminante en la fórmula general:* $\Delta = b^2 - 4ac$ • *Muestra Seguridad y precisión al deducir, explicar y resolver ejercicios y problemas utilizando el discriminante* $\Delta = b^2 - 4ac$	***Evaluación:*** • *Resumen Teórico (libro de texto) 30%* • *Desarrollo Practico 30%* *Criterios.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%* • *Prueba Objetiva 30%* • *Auto evaluación 5%* ✓ *Heteroevaluación 5%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link http://rolandotzun.wordpress.com/ lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1. Ecuaciones de segundo grado.

Comenzamos con la definición de ecuación de segundo grado.

Ecuación de segundo grado

Una ecuación de segundo grado con una incógnita, es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

con $a, b, c \in \mathbf{R}$ **y** $a \neq 0$.

Más ejemplos:

$$3y - y^2 = 0$$

$$3x^2 - 48 = 0$$

$$9t^2 - 6t + 1 = 0$$

Son ejemplos de ecuaciones de ***segundo grado***

$$x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

pues el mayor exponente al que aparece elevada la incógnita es dos.

Ejemplos:

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$-3x2 - 6x + 12 = 0$$

$$3x^2 - 48 = 0$$

$$4x^2 = 0$$

La ecuación puede ser **completa** :

$$a x^2 + b x + c = 0$$

con $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0.$

o puede ser **incompleta:**

- $b = 0\ ,\ c \neq 0$ *del tipo* $a x^2 + c = 0$
- $b = 0\ ,\ c = 0$ *del tipo* $a x^2 = 0$

Toda ecuación de segundo grado con una incógnita, tiene dos raíces que denotaremos x_1 y x_2.

Soluciones o raíces

Las *soluciones* o *raíces* x_1 y x_2 de una ecuación de segundo grado de la forma $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ con $a \neq 0$ pueden obtenerse a través de la conocida fórmula de Bhaskara reemplazando los coeficientes a , b , c en las siguientes expresiones:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Podemos escribir en forma abreviada:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Discriminante

La expresión del radicando

$$b^2 - 4ac$$

se llama *discriminante* de la ecuación y se simboliza con la letra griega Δ.

A modo de ***ejemplificación***, resolveremos las siguientes ecuaciones:

Observemos que...

las raíces son números reales y distintos.

a) $x^2 - 5\,x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

luego $x_1 = 3$ y $x_2 = 2$.

Observemos que...

las raíces son números complejos conjugados.

b) $x^2 - 2\,x + 5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-20}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4\,i}{2}$$

Observemos que...

las raíces son números reales e iguales (raíz doble).

c) $9\,x^2 + 6\,x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-36}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

luego $x_1 = -3$, $x_2 = -3$

Observemos que...

las raíces son números reales e iguales (raíz doble).

c) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

luego $x_1 = -3$, $x_2 = -3$

De los ejemplos anteriores resulta que, según el signo del discriminante Δ, tenemos:

Observemos que...

en el ejemplo $x^2 - 5x + 6 = 0$ tenemos $\Delta = 1$.

- Si $b^2 - 4ac > 0$, la ecuación tiene dos **raíces reales y distintas**.

Observemos que...

en el ejemplo $x^2 - 2x + 5 = 0$ tenemos $\Delta = -16$.

- Si $b^2 - 4ac < 0$, la ecuación no tiene raíces reales; tiene dos **raíces complejas conjugadas**.

Observemos que...

en el ejemplo $9x^2 + 6x + 1 = 0$ tenemos $\Delta = 0$.

- Si $b^2 - 4ac = 0$, la ecuación tiene una única solución real; diremos que es una ***raíz doble***.

Contenido 2. Métodos de Solución.

2.1 Ecuaciones Cuadráticas de la Forma $ax^2 + c = 0$

Ecuaciones incompletas

Procedimiento

Para resolver ecuaciones incompletas en las que falta el término en *x*, esto es, cuando $b = 0$, se procede de la siguiente manera:

1. Se escribe la ecuación en la forma

$ax^2 + c = 0$

2. Se identifican los valores numéricos de los coeficientes *a* y *c*

3. Se sustituyen los valores numéricos de los coeficientes en la fórmula

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \qquad (*)$$

Deducción de la fórmula (*):

$$ax^2 + c = 0,$$

$$\Rightarrow \quad ax^2 + c - c = -c \qquad \{\text{restando } c \text{ en ambos miembros}\},$$

$$\Rightarrow \quad ax^2 = -c \qquad \{\text{reduciendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad \frac{ax^2}{a} = \frac{-c}{a} \qquad \{\text{dividiendo por } a,\ a \neq 0, \text{ cada miembro}\},$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = -\frac{c}{a} \qquad \{\text{simplificando}\},$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \qquad \{\text{extrayendo raíz cuadrada en ambos miembros}\};$$

$$\therefore \quad x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}.$$

Resolver las ecuaciones:

1. $3x^2 = 48$ Solución: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (♣)$ $3x^2 = 48,$ $\Rightarrow \quad 3x^2 - 48 = 0 \quad (1)$ La ecuación (1) tiene la forma $ax^2 + c = 0$ con $\left.\begin{matrix} a = 3 \\ c = -48 \end{matrix}\right\} \quad (2)$ Sustituyendo (2) en (♣), se obtiene: $x = \pm\sqrt{-\frac{-48}{3}},$ $\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{48}{3}} = \pm\sqrt{16} = \pm 4;$ $\therefore \quad x = \begin{cases} -4 \\ 4 \end{cases}.$	**2.** $5x^2 - 9 = 46$ Solución: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (♣)$ $5x^2 - 9 = 46 \Leftrightarrow 5x^2 - 9 - 46 = 0,$ $\Rightarrow \quad 5x^2 - 55 = 0 \quad (1)$ La ecuación (1) tiene la forma $ax^2 + c = 0$ con $\left.\begin{matrix} a = 5 \\ c = -55 \end{matrix}\right\} \quad (2)$ Sustituyendo (2) en (♣), se obtiene: $x = \pm\sqrt{-\frac{-55}{5}},$ $\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{55}{5}} = \pm\sqrt{11};$ $\therefore \quad x = \begin{cases} \sqrt{11} \\ -\sqrt{11} \end{cases}.$
3. $7x^2 + 14 = 0$ Solución: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (♣)$ $7x^2 + 14 = 0 \quad (1)$ La ecuación (1) tiene la forma $ax^2 + c = 0$ con $\left.\begin{matrix} a = 7 \\ c = 14 \end{matrix}\right\} \quad (2)$ Sustituyendo (2) en (♣), se obtiene: $x = \pm\sqrt{-\frac{14}{7}},$ $\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-2} = \pm\sqrt{2}\sqrt{-1} = \pm\sqrt{2}i;$ $\therefore \quad x = \begin{cases} \sqrt{2}i \\ -\sqrt{2}i \end{cases}.$	**4.** $9x^2 - a^2 = 0$ Solución: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (♣)$ $9x^2 - a^2 = 0 \quad (1)$ La ecuación (1) tiene la forma $ax^2 + c = 0$ con $\left.\begin{matrix} a = 9 \\ c = -a^2 \end{matrix}\right\} \quad (2)$ Sustituyendo (2) en (♣), se obtiene: $x = \pm\sqrt{-\frac{-a^2}{9}},$ $\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{a^2}{9}} = \pm\frac{a}{3};$ $\therefore \quad x = \begin{cases} \frac{a}{3} \\ -\frac{a}{3} \end{cases}.$

5. $(x+5)(x-5)=-7$

Solución:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (\clubsuit)$$

$$(x+5)(x-5)=-7 \Leftrightarrow x^2-25=-7 \qquad \{\text{efectuando el producto de la diferencia de cuadrados}\},$$

$$\Rightarrow \quad x^2-25+7=0 \Leftrightarrow x^2-18=0 \quad (1)$$

La ecuación (1) tiene la forma $ax^2+c=0$ con

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ c=-18 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en ($\clubsuit$), se obtiene:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{-18}{1}}=\pm\sqrt{18}=\pm\sqrt{9\times 2}=\pm 3\sqrt{2},$$

$$\therefore \quad x=\begin{cases} 3\sqrt{2} \\ -3\sqrt{2} \end{cases}.$$

6. $(2x-3)(2x+3)-135=0$

Solución:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (\clubsuit)$$

$$(2x-3)(2x+3)-135=0 \Leftrightarrow 4x^2-9-135=0$$

$$\{\text{efectuando el producto de la diferencia de cuadrados}\},$$

$$\Rightarrow \quad 4x^2-144=0 \Leftrightarrow x^2-36=0 \qquad \{\text{reduciendo y simplificando}\} \quad (1)$$

La ecuación (1) tiene la forma $ax^2+c=0$ con

$$\left.\begin{array}{l} a=1 \\ c=-36 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en ($\clubsuit$), se obtiene:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{-36}{1}}=\pm\sqrt{36}=\pm 6,$$

$$\therefore \quad x=\begin{cases} 6 \\ -6 \end{cases}.$$

7. $3(x+2)(x-2)=(x-4)^2+8x$

Solución:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad (♣)$$

$$3(x+2)(x-2)=(x-4)^2+8x,$$

$\Rightarrow \quad 3(x^2-4)=x^2-8x+16+8x$

{efectuando el producto de la diferencia de cuadrados y desarrollando el cuadrado del binomio},

$\Rightarrow \quad 3x^2-12=x^2+16$ {efectuando el producto indicado y reduciendo},

$\Rightarrow \quad 3x^2-x^2-12-16=0$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad 2x^2-28=0$ {reduciendo} (1)

La ecuación (1) tiene la forma $ax^2+c=0$ con

$$\left.\begin{aligned} a&=2\\ c&=-28\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (♣), se obtiene:

$$x=\pm\sqrt{-\frac{-28}{2}}=\pm\sqrt{14};$$

$$\therefore \quad x=\begin{cases}\sqrt{14}\\ -\sqrt{14}\end{cases}.$$

2.2 Ecuaciones Cuadráticas de la Forma $ax^2+bx=0$ Ecuaciones incompletas

Procedimiento

Para resolver ecuaciones incompletas en las que falta el término c, esto es, cuando $c=0$, se procede de la siguiente manera:

1. Se escribe la ecuación en la forma
$ax^2+bx=0$

2. Se factoriza la ecuación anterior obteniendo la ecuación equivalente
$$x(ax+b)=0$$

3. Se iguala cada uno de los factores anteriores a cero
$$x=0,\ \ ax+b=0 \Leftrightarrow x=0,\ \ x=-\frac{b}{a} \quad (*)$$

4. Como se puede deducir una de las soluciones siempre es cero; la otra solución se calcula sustituyendo los valores numéricos de los coeficientes a y b en (*)

Resolver las ecuaciones:

1. $x^2 = 5x$

Solución:

$$x^2 = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \qquad \{\text{escribimos la ecuación en la forma } ax^2 + bx = 0\},$$

$\Rightarrow \quad x(x-5) = 0 \qquad \{\text{fatorizando}\};$

$\therefore \quad x = 0 \text{ ó bien } x - 5 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\},$

$\Rightarrow \quad x = 0 \text{ ó bien } x = 5$

$$x = \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases}.$$

3. $x^2 - 3x = 3x^2 - 4x$

Solución:

$$x^2 - 3x = 3x^2 - 4x \Leftrightarrow 3x^2 - 4x = x^2 - 3x \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - x^2 + 3x = 0 \qquad \{\text{transponiendo}\},$$

$\Rightarrow \quad 2x^2 - x = 0 \qquad \{\text{reduciendo, la ecuación queda de la forma } ax^2 + bx = 0\},$

$\Rightarrow \quad x(2x-1) = 0 \qquad \{\text{fatorizando}\};$

$\therefore \quad x = 0 \text{ ó bien } 2x - 1 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\},$

$\Rightarrow \quad x = 0 \text{ ó bien } x = \dfrac{1}{2}$

$$x = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

6. $\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{x-9}{6} = \dfrac{3}{2}$

Solución:

$$\frac{x^2}{3} - \frac{x-9}{6} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{6x^2}{3} - \frac{6(x-9)}{6} = \frac{6(3)}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - (x-9) = 9 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 9 = 9$$

$\{\text{multiplicando cada término de la ecuación por el mcd} = 6\text{: con el objeto de eliminar losdenominadores}\},$

$\Rightarrow \quad 2x^2 - x = 0 \qquad \{\text{restando 9 en ambos miembros, la ecuación queda de la forma } ax^2 + bx = 0\}$

$\Rightarrow \quad x(2x-1) = 0 \qquad \{\text{fatorizando}\};$

$\therefore \quad x = 0 \text{ ó bien } 2x - 1 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\},$

$\Rightarrow \quad x = 0 \text{ ó bien } x = \dfrac{1}{2}$

$$x = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

8. $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x+4}{x-2}=1$

Solución:

$$\frac{x+1}{x-1}-\frac{x+4}{x-2}=1 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)\frac{x+1}{x-1}-(x-1)(x-2)\frac{x+4}{x-2}=(x-1)(x-2)$$

{multiplicamos cada término de la ecuación por el mcd $=(x-1)(x-2)$:
con el objeto de eliminar los denominadores},

$\Rightarrow \quad (x-2)(x+1)-(x-1)(x+4)=(x-1)(x-2)$ {simplificando}

$\Rightarrow \quad x^2-x-2-x^2-3x+4=x^2-3x+2$ {destruyendo paréntesis},

$\Rightarrow \quad -4x+2=x^2-3x+2$ {reduciendo}

$\Rightarrow \quad x^2-3x+2=-4x+2 \Leftrightarrow x^2-3x+2+4x-2=0$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad x^2+x=0$ {reduciendo, queda la ecuación de la forma $ax^2+bx=0$},

$\Rightarrow \quad x(x+1)=0$ {factorizando};

$\therefore \quad x=0$ ó bien $x+1=0$ {igualando cada factor a 0},

$\Rightarrow \quad x=0$ ó bien $x=-1$

$$x=\begin{cases}0\\-1\end{cases}.$$

2.3 Ecuaciones de segundo grado Completas

Resolución de ecuaciones completas de segundo grado sin denominadores aplicando la fórmula general

Procedimiento

1. Se lleva la ecuación a la forma
$ax^2+bx+c=0$
2. Se identifican los coeficientes *a*, *b* y *c*, con su respectivo signo
3. Se hallan las raíces de la ecuación aplicando la fórmula general
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Resolver las siguientes ecuaciones por la fórmula general:

1. $3x^2 - 5x + 2 = 0$

Solución:

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$a = 3,\ b = -5,\ c = 2$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6};$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

2. $4x^2 + 3x - 22 = 0$

Solución:

$$4x^2 + 3x - 22 = 0$$

$$a = 4,\ b = 3,\ c = -22$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(4)(-22)}}{2(4)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 352}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{8} = \frac{-3 \pm 19}{8};$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{-3+19}{8} = \frac{16}{8} = 2 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-3-19}{8} = \frac{-22}{8} = -\frac{11}{4}$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\dfrac{11}{4} \end{cases}$

3. $x^2 + 11x = -24$

<u>Solución</u>:

$$x^2 + 11x = -24 \Leftrightarrow x^2 + 11x + 24 = 0$$

$$a = 1,\ b = 11,\ c = 24$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4(1)(24)}}{2(1)} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} = \frac{-11 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-11 \pm 5}{2};$$

$$\therefore \qquad x_1 = \frac{-11+5}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-11-5}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -8 \end{cases}$

4. $x^2 = 16x - 63$

<u>Solución</u>:

$$x^2 = 16x - 63 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 63$$

$$a = 1,\ b = -16,\ c = 63$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4(1)(63)}}{2(1)} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 252}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{16 \pm 2}{2};$$

$$\therefore \qquad x_1 = \frac{16+2}{2} = \frac{18}{2} = 9 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{16-2}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 7 \end{cases}$

5. $12x - 4 - 9x^2 = 0$

Solución:

$$12x - 4 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$a = 9,\ b = -12,\ c = 4$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(9)(4)}}{2(9)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{12}{18};$$

$$\therefore \quad x = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\left\{ x = \dfrac{2}{3} \right.$

6. $5x^2 - 7x - 90 = 0$

Solución:

$$5x^2 - 7x - 90 = 0$$

$$a = 5,\ b = -7,\ c = -90$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(5)(-90)}}{2(5)} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{10} = \frac{7 \pm \sqrt{1849}}{10} = \frac{7 \pm 43}{10};$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{7 + 43}{10} = \frac{50}{10} = 5 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{7 - 43}{10} = \frac{-36}{10} = -\frac{18}{5}$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -\dfrac{18}{5} \end{cases}$

7. $6x^2 = x + 222$

Solución:

$$6x^2 = x + 222 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 222 = 0$$

$$a = 6,\ b = -1,\ c = -222$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(6)(-222)}}{2(6)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 5328}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{5329}}{12} = \frac{1 \pm 73}{12};$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{1 + 73}{12} = \frac{74}{12} = \frac{37}{6} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{1 - 73}{12} = \frac{-72}{6} = -6$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{37}{6} \\ x_2 = -6 \end{cases}$

2.4 Ecuaciones de segundo grado

Resolución de ecuaciones completas de segundo grado sin denominadores aplicando la fórmula general

P r o c e d i m i e n t o

1. Se suprimen paréntesis y se efectúan las operaciones indicadas

2. Por reducción de términos semejantes, se lleva la ecuación a la forma

$ax^2 + bx + c = 0$

3. Se hallan las raíces de la ecuación aplicando la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

No se puede mostrar la imagen en este momento.

2. $3(3x-2)=(x+4)(4-x)$

<u>Solución</u>:

$$3(3x-2)=(x+4)(4-x),$$

$\Rightarrow \quad 9x-6=16-x^2 \qquad$ {destruyendo paréntesis},

$\Rightarrow \quad 9x-6-16+x^2=0 \qquad$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad x^2+9x-22=0 \qquad$ {reduciendo}

Ya se tiene la ecuación en la forma $ax^2+bx+c=0$, con

$$a=1,\ b=9 \ \text{ y } \ c=-22$$

Sustituyamos estos valores en la fórmula general $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, y hallemos las raíces de la ecuación:

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4(1)(-22)}}{2(1)}=\frac{-9\pm\sqrt{81+88}}{2}=\frac{-9\pm\sqrt{169}}{2}=\frac{-9\pm 13}{2};$$

$\therefore \quad x_1=\dfrac{-9+13}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

$y \quad x_2=\dfrac{-9-13}{2}=\dfrac{-22}{2}=-11$

Respuesta: $\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-11 \end{cases}$

4. $(2x-3)^2-(x+5)^2=-23$

<u>Solución</u>:

$$(2x-3)^2-(x+5)^2=-23,$$

$\Rightarrow \quad 4x^2-12x+9-x^2-10x-25=-23$ {destruyendo paréntesis},

$\Rightarrow \quad 3x^2-22x-16=-23$ {reduciendo},

$\Rightarrow \quad 3x^2-22x-16+23=0$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad 3x^2-22x+7=0$ {reduciendo}

Ya se tiene la ecuación en la forma $ax^2+bx+c=0$, con

$$a=3,\ b=-22\ \text{ y }\ c=7$$

Sustituyamos estos valores en la fórmula general $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, y hallemos las raíces de la ecuación:

$$x=\frac{-(-22)\pm\sqrt{(-22)^2-4(3)(7)}}{2(3)}=\frac{22\pm\sqrt{484-84}}{6}=\frac{22\pm\sqrt{400}}{6}=\frac{22\pm 20}{6}=\frac{11\pm 10}{3};$$

$\therefore \quad x_1=\dfrac{11+10}{3}=\dfrac{21}{3}=7$

$y \quad x_2=\dfrac{11-10}{3}=\dfrac{1}{3}$

Respuesta: $\begin{cases} x_1=7 \\ x_2=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

5. $25(x+2)^2 = (x-7)^2 - 81$

Solución:

$$25(x+2)^2 = (x-7)^2 - 81,$$

$\Rightarrow \quad 25x^2 + 100x + 100 = x^2 - 14x + 49 - 81$ {destruyendo paréntesis},

$\Rightarrow \quad 25x^2 + 100x + 100 = x^2 - 14x - 32$ {reduciendo},

$\Rightarrow \quad 25x^2 + 100x + 100 - x^2 + 14x + 32 = 0$ {transponiendo},

$\Rightarrow \quad 24x^2 + 114x + 132 = 0$ {reduciendo},

$\Rightarrow \quad 12x^2 + 57x + 66 = 0$ {dividiendo cada término de la ecuación por 2}

Ya se tiene la ecuación en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con

$$a = 12,\ b = 57 \ \text{ y } \ c = 66$$

Sustituyamos estos valores en la fórmula general $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, y hallemos las raíces de la ecuación:

$$x = \frac{-57 \pm \sqrt{57^2 - 4(12)(66)}}{2(12)} = \frac{-57 \pm \sqrt{3249 - 3168}}{24} = \frac{-57 \pm \sqrt{81}}{24} = \frac{-57 \pm 9}{24} = \frac{-19 \pm 3}{8};$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{-19+3}{8} = \frac{-16}{8} = -2$$

$$y \quad x_2 = \frac{-19-3}{8} = \frac{-22}{8} = -\frac{11}{4} \Leftrightarrow -2\tfrac{3}{4}$$

Respuesta: $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -2\frac{3}{4} \end{cases}$

Ecuaciones de segundo grado

Resolución de ecuaciones de segundo grado por descomposición en factores

P r o c e d i m i e n t o

Nota1: De la aritmética sabemos que cualquier cantidad multiplicada por 0 da 0 y, por extensión, que si uno de los factores de un producto de una cantidad finita de factores es 0, el producto final es 0. Teniendo esto presente, procedemos de la siguiente manera:

1. Transformamos la ecuación de tal modo que podamos factorizarla

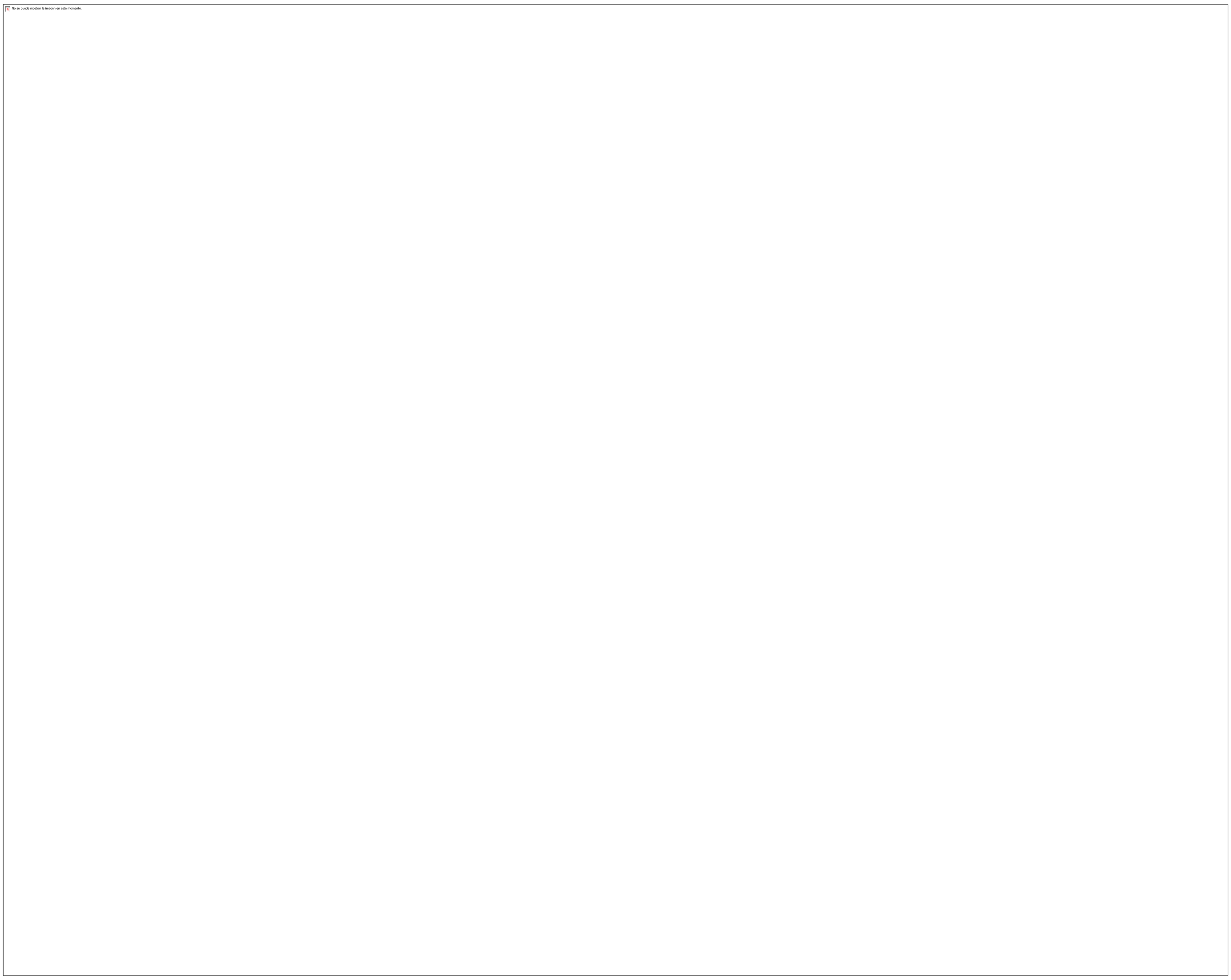
2. En el miembro izquierdo de la ecuación escribimos todos los términos, ya prestos a factorizar o ya factorizados; y, en el miembro derecho escribimos 0, esto es, igualamos la ecuación a 0

3. Factorizamos

4. Igualamos cada uno de los factores a 0

5. Despejamos a x en cada factor

Resolver por descomposición en factores:



3. $8x - 65 = -x^2$

Solución:

$$8x - 65 = -x^2 \Leftrightarrow x^2 + 8x - 65 = 0 \qquad \{\text{sumando } x^2 \text{ en ambos miembros}\},$$

$\Rightarrow \qquad x^2 + 8x - 65 = 0 \Leftrightarrow (x+13)(x-5) = 0 \qquad \{\text{factorizando el trinomio}\},$

$\therefore \qquad x + 13 = 0 \text{ ó bien } x - 5 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\};$

$\therefore \qquad x = -13 \text{ ó bien } x = 5 \qquad \{\text{despejando } x\}$

Respuesta: $x = \begin{cases} -13 \\ 5 \end{cases}$

6. $6x^2 = 10 - 11x$

Solución:

$$6x^2 = 10 - 11x \Leftrightarrow 6x^2 + 11x - 10 = 0 \qquad \{\text{trasponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \qquad 6x^2 + 11x - 10 = 0 \Leftrightarrow (2x+5)(3x-2) = 0 \qquad \{\text{factorizando el trinomio}\},$$

$$\therefore \qquad 2x + 5 = 0 \ \text{ ó bien } \ 3x - 2 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\};$$

$$\therefore \qquad x = -\frac{5}{2} \quad \text{ó bien } x = \frac{2}{3} \qquad \{\text{despejando } x\}$$

Respuesta: $x = \begin{cases} -\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow -2\frac{1}{2} \\ \dfrac{2}{3} \end{cases}$

9. $60 = 8x^2 + 157x$

Solución:

$$60 = 8x^2 + 157x \Leftrightarrow 8x^2 + 157x - 60 = 0 \qquad \{\text{trasponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad 8x^2 + 157x - 60 = 0 \Leftrightarrow (x + 20)(8x - 3) = 0 \qquad \{\text{factorizando el trinomio}\},$$

$$\therefore \quad x + 20 = 0 \;\text{ ó bien }\; 8x - 3 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\};$$

$$\therefore \quad x = -20 \;\text{ ó bien }\; x = \frac{3}{8} \qquad \{\text{despejando } x\}$$

Respuesta: $x = \begin{cases} -20 \\ \dfrac{3}{8} \end{cases}$

12. $\frac{6}{x^2} - \frac{9}{x} = -\frac{4}{3}$

Solución:

$$\frac{6}{x^2} - \frac{9}{x} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow 18 - 27x = -4x^2$$

$\{$multiplicando cada término de la ecuación por el MCD $= 3x^2\}$,

$$\Rightarrow \quad \frac{6}{x^2} - \frac{9}{x} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow 4x^2 - 27x + 18 = 0 \qquad \{\text{transponiendo}\},$$

$$\Rightarrow \quad 4x^2 - 27x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(4x-3) = 0 \qquad \{\text{factorizando el trinomio}\},$$

$$\therefore \quad x - 6 = 0 \ \text{ ó bien } \ 4x - 3 = 0 \qquad \{\text{igualando cada factor a } 0\};$$

$$\therefore \quad x = 6 \ \text{ ó bien } x = \frac{3}{4} \qquad \{\text{despejando } x\}$$

Respuesta: $x = \begin{cases} \frac{3}{4} \\ 6 \end{cases}$

Actividad de integración.

Integre grupos de tres estudiantes y desarrolle los ejercicios propuestos en la página 127, 128 y 129 del libro de texto, Apartados I, II, II, IV, V, VI. Desarrollarlos en el Cuaderno de Práctica y entregarlos en la fecha indicada por el profesor en el cuaderno de práctica.