UNIDAD 4

ESTUDIEMOS LA PROBABILIDAD

COMPLEJO EDICATIVO CANTON TUTULTEPEQUE
GUION DE CLASE

Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.

Grado: 2º año de bachillerato A y B
Asignatura: Matemática
Tiempo: _______________
Periodo: _______________

UNIDAD 4. ESTUDIEMOS LA PROBABILIDAD.
Objetivo de unidad: *Utilizar y explicar con seguridad y confianza los algoritmos correspondientes a los principios probabilísticas para asignar, con certeza, el valor asociado a la probabilidad de ocurrencia de eventos aleatorios, para tomar decisiones sustentadas en principios matemáticos, sobre eventualidades que ocurren en la vida cotidiana.*

Metodología:
La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
1. Teoría de la probabilidad. *1.1 Experimento aleatorio.*	✓ *Identificación y determinación de un experimento aleatorio.*	✓ *Seguridad al identificar experimentos aleatorios.*
Espacio muestral, eventos o sucesos. • *Eventos posibles o favorables* • *Eventos Imposibles* • *Eventos seguros*	✓ *Descripción de espacios muestréales.* ✓ *Identificación de eventos o sucesos en contextos cotidianos.* ✓ *Resolución de ejercicios y problemas relacionados con eventos o sucesos.* ✓ *Representación, por medio de diagramas, de las combinaciones de eventos.*	✓ *Orden y aseo en el trabajo.* ✓ *Seguridad y actitud analítica al identificar eventos o sucesos.* ✓ *Exactitud y perseverancia al resolver problemas con relación a eventos o sucesos.* ✓ *Orden y aseo al realizar diagramas.*
1.3 Operaciones con sucesos: • *unión* • *intersección* • *diferencia* • *complemento.*	✓ *Aplicación de las operaciones de unión, intersección, diferencia y complemento a la probabilidad de sucesos.* ✓ *Resolución de ejercicios y problemas aplicando los espacios muestrales.*	✓ *Interés y confianza al aplicar las operaciones de conjuntos a los espacios muestrales.* ✓ *Resuelve con seguridad ejercicios y problemas de aplicación a los espacios muestrales.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:*
- ✓ *Identificar y determinar un experimento aleatorio.*
- ✓ *describir espacios muestréales.*
- ✓ *identificar eventos o sucesos en contextos cotidianos.*
- ✓ *Resolver ejercicios y problemas relacionados con eventos o sucesos.*
- ✓ *Representar por medio de diagramas combinaciones de eventos.*
- ✓ *Aplicar las operaciones de unión, intersección, diferencia y complemento a la probabilidad de sucesos.*
- ✓ *Resolver ejercicios y problemas aplicando los espacios muestrales.*

Material de Apoyo
- *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.*
- *Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)*
- *Matemática 2º año Editorial ESE.*

Indicadores de logro.
- ✓ *Identifica y determina con seguridad experimentos aleatorios.*
- ✓ *Resuelve con seguridad y precisión ejercicios y problemas de aplicación a los espacios muestrales.*
- ✓ *Resuelve con exactitud y perseverancia ejercicios y problemas relacionados con eventos o sucesos.*

Evaluación:
Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.
- ✓ *Orden y aseo 5%*
- ✓ *Puntualidad 5%*
- ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	*Tiempo*
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 1.Teoria de Probabilidad.

Para llegar a un concepto claro de probabilidad es necesario definir algunos conceptos previos y fundamentales. Entre ellos: **experimento aleatorio, espacio muestral y sucesos.**

El **experimento aleatorio** se define como aquel que depende de la suerte o el azar y, y por lo tanto no se puede definir el resultado a ciencia cierta el resultado.

Todos los juegos de azar son experimentos aleatorios. Como ejemplos podemos mencionar:

- Al lanzar una moneda al aire podrá salir cara o cruz.
- Sacar una bola de una urna que contiene bolas de distinto color, si no vemos su interior.
- Obtener una carta de una baraja.
- Resultado de un partido de Futbol

Si se conoce el resultado del experimento antes de realizarlo se trata de un **experimento determinista**.

Ejemplo:

- Al lanzar una piedra hacia arriba esta volverá a caer.
- Al calentar agua a 100°C esta hervirá.

Espacio Muestral.
El espacio Muestral de un experimento aleatorio, denotado como "S", es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden obtener al realizar el experimento.

Se enumeran a continuación algunos experimentos aleatorios y sus correspondientes espacios muestrales.

Experimento Aleatorio	Espacio Muestral
a) En una tómbola hay cinco bolas numeradas del 1 al 5 y se extraen tres al mismo tiempo sin importar el orden.	$\mathrm{S} = \begin{matrix}(113),(124),(125),(134),(135)\\(145),(234),(235),(245),(345)\end{matrix}$
b) Se lanza una moneda	$\mathrm{S} = \{\mathrm{cara}, \mathrm{corona}\}$
c) Terminación en que caerá el próximo sorteo del premio mayor de la lotería nacional.	$\mathrm{S} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
d) De una urna que contiene tres bolitas numeradas del cero al dos. Se extraen las tres, una después de la otra, para formar una cantidad determinada.	$\mathrm{S} = \{012, 021, 102, 120, 201, 210\}$
e) De una urna que contiene tres bolitas blancas y tres negras, se extraen tres, una después de la otra.	$\mathrm{S} = \{\mathrm{bbb}, \mathrm{bbn}, \mathrm{bnn}, \mathrm{nnn}\}$
f) Día del próximo año en que caerá la primera lluvia sobre nuestra casa.	$\mathrm{S} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 365\}$

Es preciso observar que el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio no es único. Así por ejemplo, para el experimento aleatorio que consiste en extraer dos bolitas, una después de la otra y sin reposición, de una urna que contiene 5 bolitas numeradas del 1 al 5

Podemos tener el propósito de formar cantidades de dos cifras significativas. Por tanto interesa el orden en que ellas se extraigan. Se pueden construir el siguiente espacio muestral:

$$\mathrm{S}_1 = (12), (13), (14), (15), (21), (23), (24), (25), (31), (32)$$
$$(34), (35), (41), (42), (43), (45), (51), (52), (53), (54)$$

Si nos interesara saber cuáles son las distintas sumas que se pueden obtener se puede construir el siguiente espacio muestral:

$$\mathrm{S}_2 = (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

Así como estos, aun podrían construirse otros espacios muestrales para el mismo experimento aleatorio. Sin embargo la naturaleza de cada ejercicio indicara la manera de construir el espacio muestral más adecuado a él.

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 1.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- Desarrolle el problema propuesto en la página 80 del libro de texto.
- Desarrolle los problemas propuestos en la página 92 del libro de texto en la sección "Experimento Aleatorio".

Suceso o Evento.
Un suceso o evento es un sub conjunto del espacio muestral.

- **Suceso Elemental**: Es cada uno de los posibles resultados del espacio Muestral.
- **Suceso Compuesto**: Es el formado por dos o más sucesos elementales.
- **Sucesos Compatibles**: Son aquellos que pueden ocurrir simultáneamente; en caso contrario se dice que son incompatibles.
- **Suceso Seguro**: Es cuando ocurre siempre.
- **Suceso seguro**: Es cuando nunca ocurre.

Ejemplo 1:
En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado y anotar la puntuación obtenida en el espacio Muestral es:

$$\boldsymbol{S} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$$

- Un ejemplo de Suceso Elemental es el siguiente:
  $\mathrm{A(Puntuacion\ obtenida\ al\ lanzar\ un\ dado)} = \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

- Un ejemplo de Suceso Compuesto es el siguiente:
  $\mathrm{A(Obtener\ un\ numero\ par)} = \{2, 4, 6\}$

- Un ejemplo de Sucesos Compatibles es el siguiente:
  $\mathrm{A(Obtener\ un\ Numero\ Par)} = \{2, 4, \mathbf{6}\}$
  $\mathrm{B(Obtener\ Multiplo\ de\ 3)} = \{3, \mathbf{6}\}$

- Un ejemplo de Sucesos Incompatibles es el siguiente:
  $\mathrm{A(obtener\ numero\ par)} = \{2, 4, 6\}$
  $\mathrm{A(obtener\ numero\ impar)} = \{1, 3, 5\}$

- Un ejemplo de Suceso Seguro es el siguiente:
  $\mathrm{A(obtener\ numero\ natural\ menor\ que\ 7)} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Un ejemplo de Suceso Imposible es el siguiente:
  $\mathrm{A(obtener\ numero\ Multiplo\ de\ 10)} = \{\emptyset\}$

Ejemplo 2:

En el experimento de "formar menú de una bebida y un postre" con los elementos:
$\mathrm{Bebidas} = \mathrm{Refresco, café}$ Y $\mathrm{Postre} = \mathrm{Alfajor, Pastel}$

a) El Espacio Muestral:

$$\mathbf{S} = \begin{matrix} (\mathbf{refresco}, \mathbf{alfajor}), (\mathbf{refresco}, \mathbf{pastel}) \\ (\mathbf{cafe}, \mathbf{alfajor}), (\mathbf{cafe}, \mathbf{pastel}) \end{matrix}$$

b) Un Suceso Compuesto:
   $\mathrm{A(menu\ con\ bebida\ caliente)} = \{(\mathrm{alfajor, cafe}), (\mathrm{pastel\ , cafe})\}$

c) Dos Sucesos Compatibles:
   $\mathrm{A(con\ bebida\ caliente)} = \{(\mathrm{alfajor, cafe}), (\mathrm{pastel\ , cafe})\}$
   $\mathrm{B(con\ pastel)} = \{(\mathrm{pastel, cafe}), (\mathrm{pastel\ , refresco})\}$

d) Dos Sucesos Incompatibles:
   $\mathrm{A(con\ bebida\ caliente)} = \{(\mathrm{alfajor, cafe}), (\mathrm{pastel\ , cafe})\}$
   $\mathrm{B(con\ bebida\ fria)} = \{(\mathrm{alfajor, refresco}), (\mathrm{pastel\ , refresco})\}$

- *Un suceso seguro se determina con un subconjunto igual al Espacio Muestral*
  $$S = E$$
- *Un suceso imposible se determina con un subconjunto vacío del Espacio Muestral.*
  $$S = \emptyset$$
- *Los sucesos elementales son siempre Incompatibles.*

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 2.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- *Desarrolle los problemas propuestos en la página 92 del libro de texto en la sección "Sucesos".*

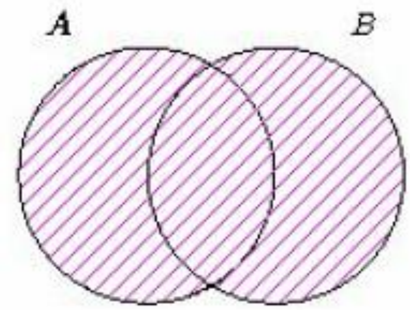
Contenido 2: Operaciones con Sucesos.

Sabemos que un SUCESO o EVENTO es todo subconjunto del espacio muestral. De acuerdo con esta definición un suceso o evento está constituido por uno o varios resultados.

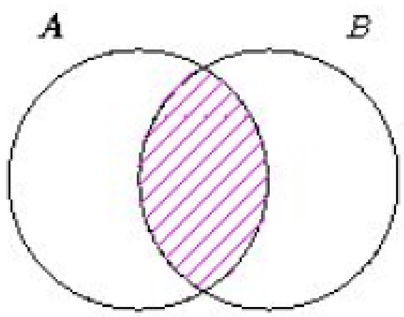
Supongamos que A y B son dos Conjuntos o Sucesos, entonces:

Si A y B son conjuntos entonces la unión de A y B, que denotamos $A \cup B$ es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o pertenecen a B. Es decir

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}.$$



$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}$

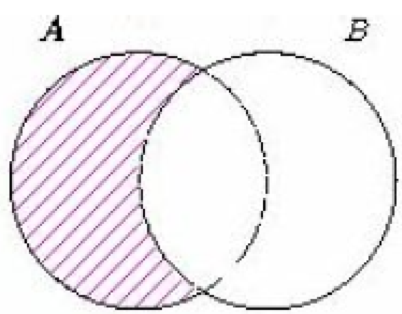


$\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}$

Si A y B son conjuntos entonces la intersección de A y B, que denotamos $A \cap B$, es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y simultáneamente pertenecen a B. Es decir

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}.$$

La siguiente operación que mencionaremos es la diferencia de conjuntos.



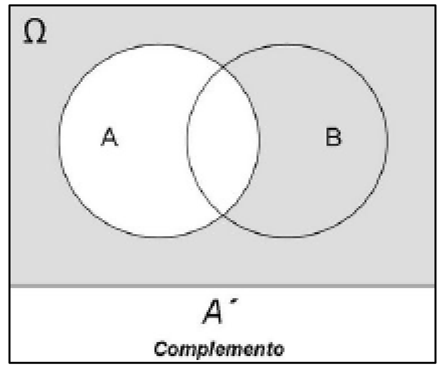
$\boldsymbol{A} \setminus \boldsymbol{B}$

Si A y B son conjuntos entonces la diferencia $A \setminus B$ es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B. Es decir

$$A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}.$$

Si estamos trabajando con subconjuntos de un conjunto fijo X y $A \subset X$ nos referiremos a $X \setminus A$ como el complemento de A en X y lo denotaremos también con A^c o con $\complement A$.

Dado un evento A, el complemento de A se define como el evento que consta de todos los puntos muestrales que no están en A. El complemento de A se denota A^C.
El complemento del evento A es toda la región sombreada y se obtiene de la siguiente manera: $P(A) = 1 - P(A^C)$



- EL suceso "A o B" está constituido por todos los resultados que pertenecen a A, a B o a Ambos y ocurre siempre que ocurre al menos uno de los dos. La expresión "A o B" también se denota de la siguiente manera AUB y se llama **"UNION"**.

  La unión de dos sucesos A y B es otro suceso formado por los sucesos elementales comunes y no comunes que hay en A y en B, se escribe $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$

- El Suceso "A y B" está constituido por los resultados que son comunes a ambos y ocurre solamente cuando ocurren los dos. La expresión "A o B" también se denota de la siguiente manera $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$ y se llama **"INTERSECCION"**.

  La Intersección de dos sucesos A y B es otro suceso que está formado por los sucesos elementales Comunes que están en A y en B, se escribe $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$

Ejemplo 1:

En el experimento aleatorio de lanzar una moneda y un dado se obtiene el espacio muestral

$$\mathbf{S = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+\}}$$

Para los sucesos
$\mathrm{A(sacar\ divisor\ de\ 10\ en\ el\ dado)}$ Y $\mathrm{B(sacar\ cara\ en\ la\ moneda)}$ se tiene que

$$A = \{1C, 2C, 5C, 1+, 2+, 5+\}$$
$$B = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C\}$$

- ✓ La unión delos sucesos A y B estaría formado por los sucesos comunes y no comunes

$$A \cup B(divisor\ de\ 10\ o\ cara) = 1C, 2C, 5C, 1+, 2+, 5+$$

- ✓ La Intersección de ambos sucesos estaría formada únicamente por los elementos comunes:

$$\mathrm{A \cap B\ (Divisor\ de\ 10\ y\ cara) = \{1C, 2C, 5C,\}}$$

- El suceso Contrario o complementario de un suceso A es otro suceso que se escribe $\bar{\mathrm{A}}, \mathrm{A^c}, \mathrm{A^{-1}}$ formado por los sucesos elementales del espacio muestral que no están en A. $\mathrm{A^c}$ ocurre siempre que no ocurre A y viceversa.

- Se dice que dos sucesos son simultáneamente excluyentes cuando no pueden ocurrir al mismo tiempo. Un suceso y su contrario son mutuamente excluyentes.

Ejemplo 2:

Sobre una mesa se encuentran cinco cartones numerados del 1 al cinco y vueltos hacia abajo. Una persona selecciona dos cartones al azar y observa su suma. Para los sucesos.

P = La suma es un numero primo
I = La suma es un número Impar.

Encontrar los sucesos $P^c, I^c, (P \text{ o } I^c), (P^c \text{o } I)$

Solución:

Las distintas posibles extracciones que se pueden hacer al escoger dos cartas de forma aleatoria es la siguiente:

$$(12), (13), (14), (15), (23), (24), (25), (34), (35), (45)$$

Un espacio muestral adecuado a este experimento son las posibles sumas que se pueden obtener al obtener al extraer dos cartas:

$$\mathbf{S_1 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}}$$

Además:
$P = \{3, 5, 7\}$
$I = \{1,3,5,7,9\}$

Por tanto:
$P^c = \{4, 6, 8, 9\}$
$I^c = \{ 4, 6, 8\}$
$\text{Po } I^c = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$P^c \text{o } I = \{9\}$

Los sucesos obtenidos se pueden leer de la siguiente manera:

$P^c =$ "La suma no es un numero primo"
$I^c =$ "La suma no es un número Impar"
$\text{Po } I^c =$ "La suma es numero Primo o Par
$P^c \text{o } I =$ "La suma no es primo y es Impar"

Ejemplo 3:

De una urna que contiene 3 bolitas blancas y 3 negras, se extraen tres, una después de la otra.

Si se tienen los dos sucesos:
A= "Salen más bolitas blancas que negra"
B = "Sale un Número Impar de bolitas blancas"

Encontrar los sucesos $A^c, B^c, (A^c y B)$

Solución:

- El espacio Muestral es:

$$\mathbf{S = (bbb), (bbn), (bnb), (nbb), (bnn), (nbn), (nnb), (nnn)}$$

Además:
$A = (bnn), (nbn), (nnb), (nnn)$
$B = (bbb), (bnn), (nbn), (nnb)$

Los sucesos que buscamos se pueden leer de la siguiente manera:

- ✓ $A^c =$ "No salen más bolitas blancas que Negras"
- ✓ $B^c =$ "Sale un Numero par de Bolitas blancas"
- ✓ $(A^c y\ B) =$ "No salen más bolitas blancas que negras y sale un número impar de bolitas blancas"

Se tiene entonces que:

- ✓ $A^c = (bnn), (nbn), (nnb), (nnn)$
- ✓ $B^c = (bbn), (bnb), (nbb), (nnn)$
- ✓ $(A^c y\ B) = (bnn), (nbn), (nnb)$

Recordemos que el cero es un número par. Por eso el resultado $\{nnn\}$ corresponde a cero bolitas blancas o lo que es lo mismo, a un par de bolitas blancas.

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 2.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- *Desarrolle los problemas propuestos en la página 92 del libro de texto en la sección "Sucesos".*

	COMPLEJO EDICATIVO CANTON TUTULTEPEQUE **GUION DE CLASE** *Profesor Responsable: Santos Jonathan Tzun Meléndez.*	*Grado: 2º año de bachillerato A y B* *Asignatura: Matemática* *Tiempo: ______________* *Periodo: ______________*

UNIDAD 4. ESTUDIEMOS LA PROBABILIDAD. ***Objetivo de unidad:*** *Utilizar y explicar con seguridad y confianza los algoritmos correspondientes a los principios probabilísticas para asignar, con certeza, el valor asociado a la probabilidad de ocurrencia de eventos aleatorios, para tomar decisiones sustentadas en principios matemáticos, sobre eventualidades que ocurren en la vida cotidiana.*	***Metodología:*** *La forma de trabajo estará basada en la Resolución de Problemas a Situaciones Reales. Para lo cual el profesor explicara de forma expositiva sobre el concepto, la deducción y la aplicación del mismo.*

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONTENIDOS ACTITUDINALES
2. Probabilidad. *2.1 Enfoques de la probabilidad: subjetivo, empírico y clásico.*	✓ *Determinación de los enfoques de la probabilidad.* ✓ *Resolución de problemas aplicando los enfoques de probabilidades.*	✓ *Seguridad al determinar los enfoques de la probabilidad.* ✓ *Autonomía al proponer soluciones a problemas del entorno.*
2.2 Axiomas.	✓ *Identificación y aplicación de los axiomas básicos de probabilidad.*	✓ *Seguridad y creatividad al ejemplificar los diferentes axiomas.*
2.3 Teoremas básicos.	✓ *Identificación y aplicación de los teoremas básicos de probabilidad.*	✓ *Actitud analítica al interpretar los teoremas básicos.* ✓ *Disposición para realizar trabajos en equipo.* ✓ *Orden en la resolución de ejercicios y problemas.*

Objetivo: *que el alumno sea capaz de:* ✓ *Determinación de los enfoques de la probabilidad.* ✓ *Resolución de problemas aplicando los enfoques de probabilidades.* ✓ *Identificación y aplicación de los axiomas básicos de probabilidad.* ✓ *Identificación y aplicación de los teoremas básicos de probabilidad.*	***Material de Apoyo*** • *Matemática 2º año. Raúl Aguilera Liborio.* • *Matemática 2º año de bachillerato Santillana (pioneros)* • *Matemática 2º año Editorial ESE.*
Indicadores de logro. ✓ *Determina y explica con seguridad los enfoques subjetivo, empírico y clásico de la probabilidad.* ✓ *Ejemplifica con seguridad y creatividad los tres tipos de axiomas de la probabilidad.* ✓ *Determina con orden la probabilidad de ocurrencia de eventos independientes o dependientes.* ✓ *Aplica la probabilidad en eventos mutuamente excluyentes mostrando disposición el trabajo en equipo.* ✓ *Calcula con orden la probabilidad de eventos solapados.* ✓ *Determina y explica la probabilidad de ocurrencia en eventos condicionados.* ✓ *Resuelve correctamente ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos mostrando una actitud analítica y persistente.*	***Evaluación:*** *Resolución de problemas dentro del salón de clases en el cuaderno de trabajo.* ✓ *Orden y aseo 5%* ✓ *Puntualidad 5%* ✓ *Desarrollo correcto 90%*

Actividad	Tiempo
1. Bienvenida y asistencia	
2. Presentación del contenido y objetivo de la clase	
3. Exploración de Conocimientos Previos	
4. Introducción a la temática	
5. Problematización del contenido y transposición didáctica de conceptos	
6. Delegación de actividades y cierre	
Tiempo Hora Clase	

Actividad Diagnostica:
Entra al siguiente link
http://rolandotzun.wordpress.com/
Lee la información que ahí se almacena y cópiala en tu cuaderno.

Contenido 2: Probabilidad.

2.1 Enfoques de la probabilidad: subjetivo, empírico y clásico.

La probabilidad mide la creencia que se tiene de que va a ocurrir un suceso específico.

Los enfoques de la probabilidad son tres: subjetivo, de la frecuencia relativa y clásico

1. **Enfoque Subjetivo:**
   El enfoque subjetivo es aquel en el cual se carece de evidencias que fundamenten científicamente la probabilidad de ocurrencia o no ocurrencia de un suceso; por lo que todo depende de la evaluación personal o subjetiva de quien emite un juicio. Por ejemplo cuando un médico antes de una operación quirúrgica dice a su paciente que la probabilidad de que la operación sea exitosa es de 0.9. Este valor, dado por el médico, es simplemente una probabilidad subjetiva.

2. **Enfoque Empírico (Frecuencia Relativa):**
   Originalmente la probabilidad fue eminentemente experimental. Si se desea conocer la probabilidad de un suceso A, se procedía de la manera siguiente:

- ✓ Se repetía muchas veces el experimento y se observa en cuantas de estas repeticiones ocurría A. En seguida se dividía en número de veces que había ocurrido A entre el número de veces que se había repetido el experimento.
- ✓ El resultado de este cociente era la probabilidad de A.
- ✓ Si designamos la probabilidad de A por media de P(A), entonces:

$$\mathrm{P(A)} = \frac{\text{Numero de veces que ocurrio A}}{\text{Numero de Veces que se repitio el experimento.}}$$

3. **Probabilidad Clásica:**
   El cálculo se hace asignando igual probabilidad a cada suceso simple del experimento aleatorio.

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 3.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- *Desarrolle los problemas propuestos en la página 84 del libro de texto en la sección "Sucesos".*
- *Desarrolle los ejercicios de la página 92, de la sección "Probabilidad de un Suceso" y "Regla de Laplace"*

2.2 Axiomas de Probabilidad (Propiedades de la Probabilidad)

Existen en el estudio de la probabilidad las siguientes proposiciones:

1) La probabilidad de cualquier suceso es mayor o igual que cero y menor o igual que uno.

$$0 \leq \mathrm{P(A)} \leq 1$$

2) La probabilidad del suceso seguro es uno y la probabilidad del suceso imposible es cero.

$$P(S) = 1 \quad y \quad P(\emptyset) = 0$$

3) La probabilidad que ocurra un suceso A es igual a uno menos la probabilidad de que no ocurra A.

$$\mathrm{P(A)} = 1 - \mathrm{P(A^c)}$$

4) Cuando dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes, la probabilidad de su unión es la suma de sus probabilidades.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

5) Si A, B son dos sucesos no disjuntos cualesquiera. Entonces la probabilidad que ocurra A o B, o lo que es lo mismo, la probabilidad que ocurra al menos uno de los dos, es igual a la probabilidad de A más la probabilidad de B, menos la probabilidad de que ocurran los dos al mismo tiempo.

$$\mathrm{P(A\grave{o}B)} = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B)} - \mathrm{P(AyB)}$$

6) La probabilidad de la unión de los complementos, dos sucesos cualesquiera A y B, es igual a la probabilidad del complemento de su intersección.

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B})$$

7) La probabilidad de la diferencia entre dos sucesos es igual a la probabilidad del minuendo menos la probabilidad de la intersección entre ambos eventos.

$$P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

La probabilidad es una función en la que a cada suceso de un experimento aleatorio se asocia un número entre 0 y 1 y mide la facilidad de que ocurra dicho suceso.

Ejemplo 1.

Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$$p(A) = \frac{3}{8} \qquad p(B) = \frac{1}{2} \qquad p(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Hallar:

$\boxed{p(A \cup B)}$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

$\boxed{p(\bar{A})}$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$\boxed{p(\bar{B})}$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\boxed{p(\bar{A} \cap \bar{B})}$

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$\boxed{p(\bar{A} \cup \bar{B})}$

$$p(\bar{A} \cup \bar{B}) = p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$\boxed{p(A \cap \bar{B})}$

$$p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$\boxed{p(B \cap \bar{A})}$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2.

Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$$p(\bar{A}) = \frac{2}{3} \qquad p(A \cup B) = \frac{3}{4} \qquad p(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Hallar:

$\boxed{p(A)}$

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$\boxed{p(B)}$

$$p(B) = p(A \cup B) - p(A) + p(A \cap B)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

$\boxed{p(A \cap \bar{B})}$

$$p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\boxed{p(B \cap \overline{A})}$$

$$p(B \cap \overline{A}) = p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(B \cap \overline{A}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

Ejercicio 3.
Si la probabilidad de comprar un televisor es de 0.5 y la probabilidad de comprar una refrigeradora es 0.7; mientras que la probabilidad de comprar ambas es 0.3.

a) ¿Cuál es la probabilidad de no comprar el refrigerador?
b) ¿Cuál es la probabilidad de comprar el televisor o el refrigerador?

Solución:

Sean los sucesos
$T = se\ compra\ el\ televisor$
$R = se\ compra\ el\ refrigerador$

Entonces:

a) Lo que buscamos es $P(R^c)$ y lo que tenemos es:

$P(T) = 0.5 \quad P(R) = 0.7 \quad y \quad P(T\ y\ R) = 0.3$
Por lo tanto al hacer uso de $\mathrm{P(R)} = 1 - \mathrm{P(R^c)}$ se tiene

$\mathrm{P(R)} = 1 - \mathrm{P(R^c)}$
$\mathrm{P(R^c)} = 1 - \mathrm{P(R)}$
$\mathrm{P(R^c)} = 1 - 0.7$
$\mathrm{P(R^c)} = 0.3$

b) Lo que buscamos es $P(T\ o\ R)$

Al hacer uso de la proposición $\mathrm{P(T\ o\ R)} = \mathrm{P(T)} + \mathrm{P(R)} - \mathrm{P(T\ y\ R)}$ se tiene:

$\mathrm{P(T\ o\ R)} = 0.5 + 0.7 - 0.3$
$\mathrm{P(T\ o\ R)} = 1.2 - 0.3$
$\mathrm{P(T\ o\ R)} = 0.9$

Ejercicio 4:
Si la probabilidad de comprar un par de zapatos es de 0.6, de comprar una camisa es de 0.35 y la probabilidad de comprar al menos una de las dos cosas es 0.84
¿Cuál es la probabilidad de no comprar los Zapatos?
Comprar los Zapatos y también la camisa?

Solución:
Sean los sucesos
Z= se compran los Zapatos.
C = Se compra la camisa.

La información de que se dispone es ña siguiente:

$$P(Z) = 0.6 \quad P(C) = 0.35 \quad P(Z\ o\ C) = 0.84$$

a) Se busca la probabilidad de no comprar los zapatos, es decir $P(Z^c)$

$\mathrm{P(Z)} = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{Z^c})$
$\mathrm{P}(\mathrm{Z^c}) = 1 - \mathrm{P(Z)}$
$\mathrm{P}(Z^c) = 1 - 0.6$
$\mathrm{P}(\mathrm{Z^c}) = 0.4$

b) Se desea la probabilidad de comprar ambas cosas, es decir P(Z y C)

$\mathrm{P(Z\ o\ C)} = \mathrm{P}(Z) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P(Z\ y\ C)}$
$\mathrm{P(Z\ y\ C)} = \mathrm{P}(Z) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P(Z\ o\ C)}$
$\mathrm{P(Z\ y\ C)} = 0.6 + 0.35 - 0.84$
$\mathrm{P(Z\ y\ C)} = 0.11$

Regla de Laplace.

Un experimento es regular cuando todos sus sucesos elementales tienen la misma probabilidad, es decir, son sucesos "equi-probables"

Regla de Laplace se aplica en el cálculo de la probabilidad clásica. En un experimento aleatorio regular, la probabilidad de un suceso, A es:

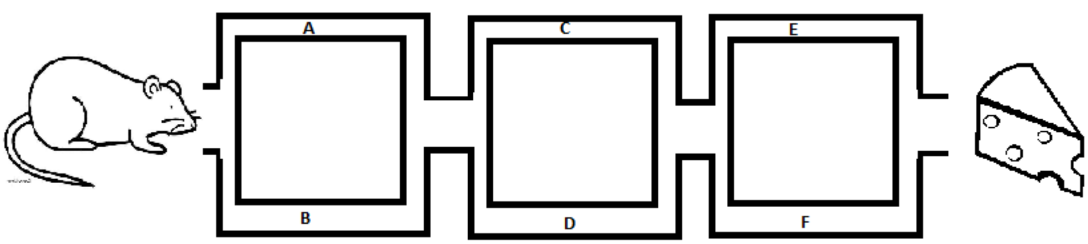
$$\mathrm{P(A)} = \frac{\text{Numero de veces que ocurrio A}}{\text{Numero de Veces que se repitio el experimento.}}$$

- **Ejemplo 1:** Un experimento aleatorio consiste en extraer una bola de una bolsa donde hay cuatro de igual tamaño y peso, pero de distinto color: blanco, rojo, azul y verde.
  a) Describa el espacio muestral.
  b) ¿Qué probabilidad tiene cada suceso elemental?
  c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca o roja?
  d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca o roja?

- **Ejemplo 2:** Mario tiene en su bolsillo 5 canicas: 1 verde, 2 azules y 2 transparentes. Si saca una al azar
  a) ¿Cuál es la probabilidad que sea verde?
  b) ¿Cuál es la probabilidad que sea azul?

- **Ejemplo 3**: Se sabe que en la lotería tradicional e sacan seis bolas de una urna que contiene 49. Hallar la probabilidad de acertar los seis números en el sorteo de la lotería.

- **Ejemplo 4**: El ratón de la Izquierda buscara el queso de la derecha ¿Cuál es la probabilidad que siga la ruta ADE?



- **Ejemplo 5**: De una Urna que contiene 5 bolitas numeradas del 1 al 5, se extraen tres, una después de la otra y sin reposición ¿Cuál es la probabilidad de adivinar el orden en que serán extraídas las tres bolitas?

- **Ejemplo 6**: Una moneda se lanza al aire en dos ocasiones. Si se definen los sucesos:
  D = Caen dos caras
  I = Cae un número Impar de caras.

  Encontrar $P(D)\ y\ P(I)$

- **Ejemplo 7**: La fábrica de Jabón "MUNDO" mete dentro de cada jabón una etiqueta que lleva impresa una de las letras siguientes: M, U, N, D, O. Una persona compra dos Jabones.

  Sean los Sucesos:

C = Obtiene dos consonantes.
M = Obtiene por lo menos una M

Encontrar $P(C), P(M), P(M^c), P(C\ o\ M)\ y\ P(C\ y\ M^c)$

- **Ejemplo 8**: Si se practica el juego de las coincidencias con tres bolitas, numeradas del 1 al 3 ¿Cuál es la probabilidad de ganar?

- **Ejemplo 9**: En Una urna se tiene 10 bolitas numeradas del 0 al 9. Si se extraen cuatro, una después de la otra y sin reposición ¿Cuál es la probabilidad que se forme un numero de 4 cifras significativas que sea múltiplo de 5?

- **Ejemplo 10**: Un niño tiene dentro de una bolsa once canicas, seis de color blanco y cinco de color negro. El niño mete la mano dentro de la bolsa y extrae, de una sola vez, siete canicas. Encontrar la probabilidad que extraiga:
  a) 3 blancas y 4 negras.
  b) 4 blancas y 3 negras.

ACTIVIDAD DE INTEGRACION 4.

Integre grupos de trabajo de 2 estudiantes como máximo (opcional). Discuta y desarrolle cada uno de los ejercicios y problemas que se presentan. Desarrollarlos en su cuaderno de clases de forma ordenada y estrictamente detallada y presentarlos individualmente en la fecha y tiempo estipulado por el profesor.

- **Ejemplo 1**: Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:
  a) Dos caras
  b) Dos cruces
  c) Una cara y una cruz

- **Ejemplo 2:** Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:
  a) La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento
  b) La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento

- **Ejemplo 3:** Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:
  a) La probabilidad de que salga el 7
  b) La probabilidad de que el número obtenido sea par
  c) La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres

- **Ejemplo 4:** Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:
  a) Salga 6 en todos
  b) Los puntos obtenidos sumen 7

- **Ejemplo 5:** Busca la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:

a) Un número par
b) Un múltiplo de tres
c) Mayor que cuatro

- **Ejemplo 6:** Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Describir el espacio muestral cuando:
  a) La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda
  b) La primera bola no se devuelve

- **Ejemplo 7:** Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar de que:
  a) Sea roja
  b) Sea verde
  c) Sea amarilla
  d) No sea roja
  e) No sea amarilla

- **Ejemplo 8:** Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:
  a) Extraer las dos bolas con reemplazamiento
  b) Sin reemplazamiento

- **Ejemplo 9:** Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras,
  a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja o blanca?
  b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?

- **Ejemplo 10:** En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:
  a) Sea hombre
  b) Sea mujer morena
  c) Sea hombre o mujer

- **Ejemplo 11:** En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:
  a) Si se saca una papeleta
  b) Si se extraen dos papeletas
  c) Si se extraen tres papeletas

- **Ejemplo 12:** Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades 1/2 y 1/5 de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de 1/10. Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen.

- **Ejemplo 12:** Dos hermanos salen de casa. El primero mata un promedio de 2 piezas cada 5 disparos y el segundo una pieza cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo a una misma pieza, ¿cuál es la probabilidad de que la maten?

- **Ejemplo 13:** Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

- **Ejemplo 14:** La probabilidad de que un hombre viva 20 años es $\frac{1}{4}$ y la de que su mujer viva 20 años es 1/3. Se pide calcular la probabilidad:
  a) De que ambos vivan 20 años.
  b) De que el hombre viva 20 años y su mujer no.
  c) De que ambos mueran antes de los 20 años.

- **Ejemplo 15:** Calcular la probabilidad de sacar exactamente dos cruces al tirar una moneda cuatro veces

- **Ejemplo 16:** Un grupo de 10 personas se sienta en un banco. ¿Cuál es la probabilidad de que dos personas fijadas de antemano se sienten juntas?

Probabilidad Condicionada (Regla del producto)

Dos sucesos A y B son independientes cuando la ocurrencia de uno no influye para que ocurra el otro. En caso contrario los sucesos son Dependientes.

La regla del producto es una forma de calcular la probabilidad de la intersección de sucesos.

Si A y B son dependientes, entonces $\mathrm{P(A \cap B) = P(A) * P(B/A)}$
Si A y B son Independientes, entonces $\mathrm{P(A \cap B) = P(A) * P(B)}$

Teorema de la Probabilidad Total.

Si se tiene una serie de suceso: $\mathrm{A_1, A_2, \dots, A}_n$ tales que:

- Son incompatibles entre sí: $A_i \cap A_j = \emptyset \;\; con \;\; i \neq j$
- Su unión es el espacio Muestral $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$

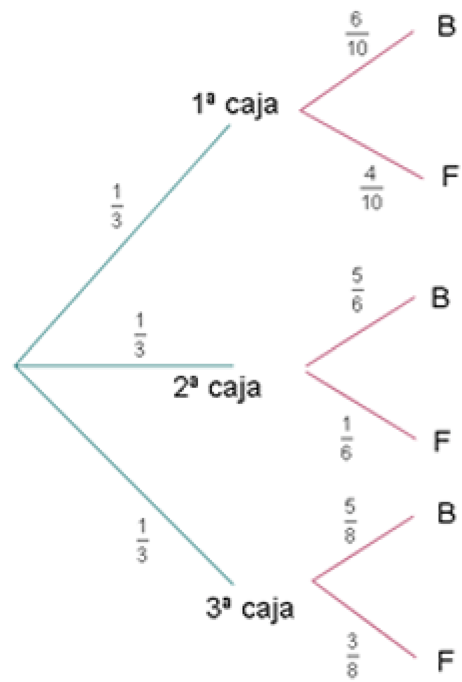
Entonces se puede calcular la probabilidad de cualquier suceso B como

$$\mathrm{P(B)} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{P(A_i)P(B/A_i)}$$

$$\mathrm{P(B) \; = \; P(A1) \; \cdot \; P(B/A1) \; + \; P(A2) \; \cdot \; P(B/A2\,) + \ldots + P(An) \; \cdot \; P(B/An)}$$

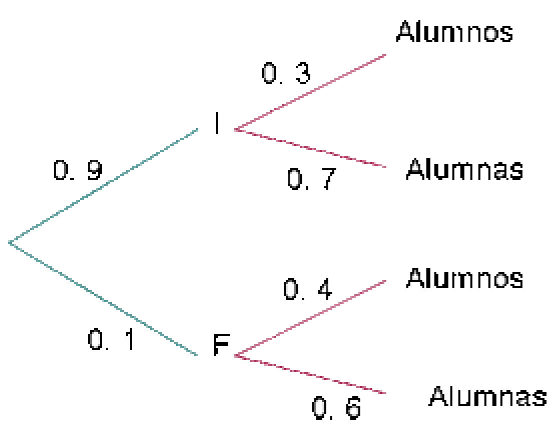
Problema 1. Se dispone de tres cajas con bombillas. La primera contiene 10 bombillas, de las cuales hay cuatro fundidas; en la segunda hay seis bombillas, estando una de ellas fundida, y la tercera caja hay tres bombillas fundidas de un total de ocho.

¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una bombilla al azar de una cualquiera de las cajas, esté fundida?



$$p\left(fundida\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{10}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}=\frac{113}{360}$$

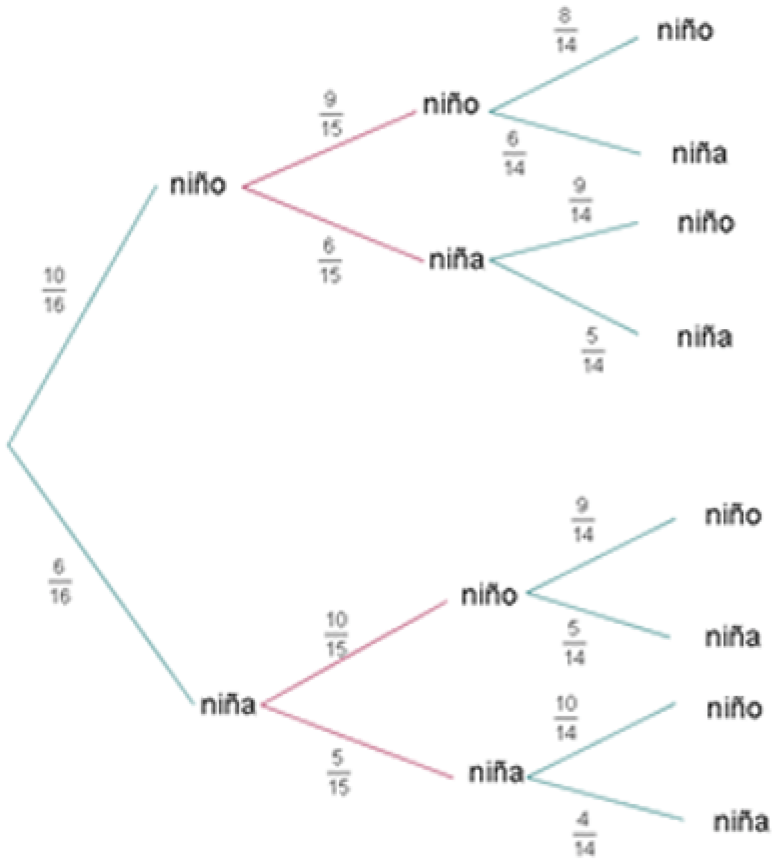
Problema 2. En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. El elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?



p(chica) = 0.9 · 0.7 + 0.1 · 0.6 = **0.69**

Problema 3. Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

a) Seleccionar tres niños



$$p\left(3\,niños\right) = \frac{10}{16}\cdot\frac{9}{15}\cdot\frac{8}{14} = 0.214$$

b) Seleccionar exactamente dos niños y una niña

c)

$$p\left(2\,niños\ y\ 1\,niña\right) = \frac{10}{16}\cdot\frac{9}{15}\cdot\frac{6}{14}+\frac{10}{16}\cdot\frac{6}{15}\cdot\frac{9}{14}+\frac{6}{16}\cdot\frac{10}{15}\cdot\frac{9}{14} = 0.482$$

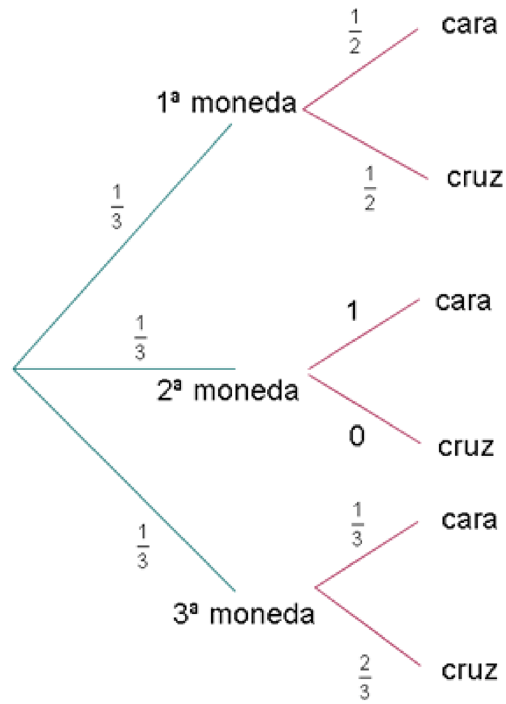
d) Seleccionar por lo menos un niño

$$p\left(al\ menos\ 1\,niño\right) = 1 - p\left(todas\ niñas\right) = 1 - \frac{6}{16}\cdot\frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14} = 0.964$$

e) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño

$$p\left(2\,niñas\ y\ 1\,niño\right) = \frac{10}{16}\cdot\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}+\frac{6}{16}\cdot\frac{10}{15}\cdot\frac{5}{14}+\frac{6}{16}\cdot\frac{5}{15}\cdot\frac{10}{14} = 0.268$$

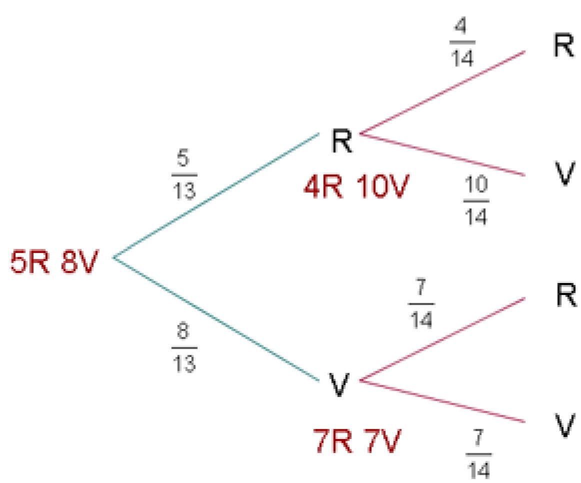
Problema 4. Una caja contiene tres monedas. Una moneda es corriente, otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es de 1/3. Se selecciona una moneda lanzar y se lanza al aire. Hallar la probabilidad de que salga cara.



$$p(cara) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = 0.611$$

Problema 5. Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Se pide:

a) Probabilidad de que la segunda bola sea verde



$$p(2^a\ V) = \frac{5}{13}\cdot\frac{10}{14} + \frac{8}{13}\cdot\frac{7}{14} = \frac{53}{91} = 0.582$$

b) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color

$$p\left(mismo\ color\right)=p\left(R\cap R\right)+p\left(V\cap V\right)=$$

$$=\frac{5}{13}\cdot\frac{4}{14}+\frac{8}{13}\cdot\frac{7}{14}=\frac{38}{91}=0.418$$

Problema 6. En una ciudad, el 40% de la población tiene cabellos castaños, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

a) Si la persona tiene el cabello castaño, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

	Pelo C	Pelo $\bar{C}$	
Ojos C	15	10	25
Ojos $\bar{C}$	25	50	75
	40	60	100

$$p\left(ojos\ castaños\ /\ pelo\ castaño\right)=\frac{15}{40}=0.375$$

b) Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?

$$p\left(pelo\ no\ castaño\ /\ ojos\ castaños\right)=\frac{10}{25}=0.4$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?

$$p\left(ni\ pelo\ ni\ ojos\ castaños\right)=\frac{50}{100}=0.5$$

Problema 7. En un aula hay 100 alumnos, de los cuales: 40 son hombres, 30 usan gafas, y 15 son varones y usan gafas. Si seleccionamos al azar un alumno de dicho curso:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas?

	Gafas	Sin gafas	
Hombres	15	25	40
Mujeres	15	45	60
	30	70	100

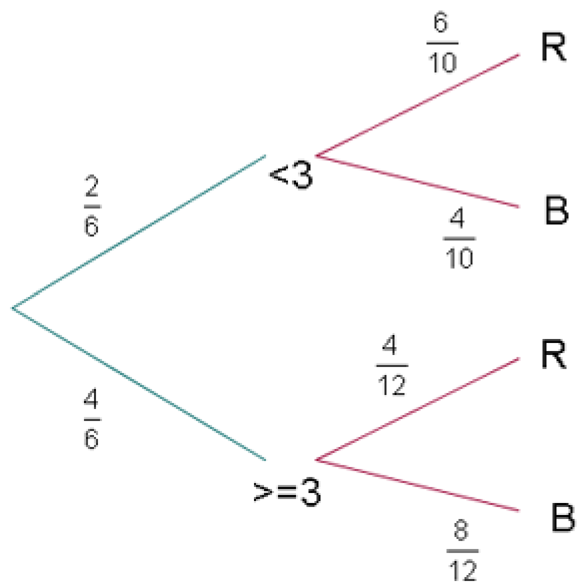
$$p\left(m\cap\bar{G}\right)=\frac{45}{100}=0.45$$

b) Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?

$$p\left(h/\overline{G}\right)=\frac{p\left(h\cap\overline{G}\right)}{p\left(\overline{G}\right)}=\frac{\frac{25}{100}}{\frac{70}{100}}=\frac{5}{14}$$

Problema 8. Disponemos de dos urnas: la urna A contiene 6 bolas rojas y 4 bolas blancas, la urna B contiene 4 bolas rojas y 8 bolas blancas. Se lanza un dado, si aparece un número menor que 3; nos vamos a la urna A; si el resultado es 3 ó más, nos vamos a la urna B. A continuación extraemos una bola. Se pide:

a) Probabilidad de que la bola sea roja y de la urna B



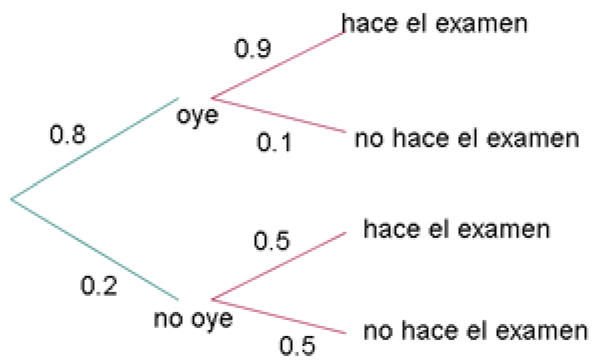
$$p\left(R\cap U_B\right)=\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{12}=\frac{2}{9}$$

b) Probabilidad de que la bola sea blanca

$$p\left(bola\ blanca\right)=\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{10}+\frac{4}{6}\cdot\frac{8}{12}=\frac{26}{45}$$

Problema 9. Un estudiante cuenta, para un examen con la ayuda de un despertador, el cual consigue despertarlo en un 80% de los casos. Si oye el despertador, la probabilidad de que realiza el examen es 0.9 y, en caso contrario, de 0.5.

a) Si va a realizar el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya oído el despertador?



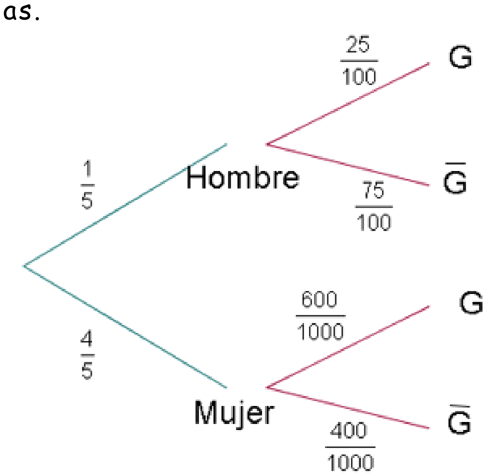
$$p\left(oye\ /\ hace\ examen\right)=\frac{0.8\cdot 0.9}{0.8\cdot 0.9+0.2\cdot 0.5}=\frac{36}{41}$$

b) Si no realiza el examen, ¿cuál es la probabilidad de que no haya oído el despertador?

$$p\left(no\ oye\ /\ no\ hace\ examen\right)=\frac{0.2\cdot 0.5}{0.8\cdot 0.1+0.2\cdot 0.5}=\frac{5}{9}$$

Problema 10. Se supone que 25 de cada 100 hombres y 600 de cada 1000 mujeres usan gafas. Si el número de mujeres es cuatro veces superior al de hombres, se pide la probabilidad de encontrarnos:

a) Con una persona sin gafas.



$$p\left(\sin gafas\right)=\frac{1}{5}\cdot\frac{75}{100}+\frac{4}{5}\cdot\frac{400}{1000}=0.47$$

b) Con una mujer con gafas.

$$p\left(mujer\ con\ gafas\right)=\frac{4}{5}\cdot\frac{600}{1000}=0.48$$