Ministerio de Educación

Dirección Nacional de Educación Media (Tercer Ciclo y Media)

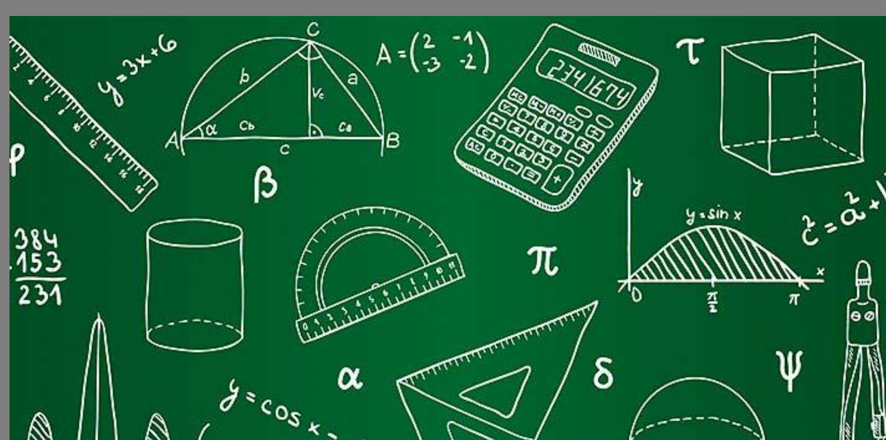
Departamento de Evaluación de los Aprendizajes

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE
EL SALVADOR
UNÁMONOS PARA CRECER

Documento de Justificaciones Técnicas de los ítems

Matemática

PAES 2016



Presentación

Evaluar es una labor sistemática, continua y compleja en donde cada uno de los actores educativos juegan roles claves para la obtención e interpretación de resultados, así como para la toma de decisiones que provoquen cambios en las prácticas pedagógicas para el aprendizaje significativo en los estudiantes. Por tanto, para que la evaluación cumpla con su función de aportar información, acerca del aprendizaje, es necesario que cada uno de los agentes del sistema educativo nacional se apropie de los resultados, los analice, interprete y busque fundamentación objetiva para la implementación de acciones que mejoren de manera efectiva el desempeño docente, institucional y estudiantil.

La calidad del sistema educativo salvadoreño se constituye por resultados de procesos de enseñanza aprendizaje que deben medirse para dar seguimiento al éxito escolar, es así que el Ministerio de Educación aplica la Prueba de Aprendizaje y Aptitudes para Egresados de Educación Media para identificar capacidades y habilidades cognitivas que han aprehendido los estudiantes en las asignaturas de Matemática, Estudios Sociales y Cívica, Lenguaje y Literatura y Ciencias Naturales.

La PAES evalúa las competencias que están planteadas en los programas de estudio de cada asignatura. Los conocimientos y habilidades que conforman dichas competencias se exploran a través de ítems de opción múltiple, que son validados con estudiantes de bachillerato y docentes especialistas del sector público y sector privado de los distintos departamentos del país, garantizando la calidad técnica de la prueba.

Con el propósito de que los docentes conozcan cuáles fueron los ítems incluidos en la prueba, se presenta el documento Justificaciones Técnicas de los ítems de la PAES 2016, el cual se ha elaborado para cada asignatura. Se especifica la habilidad evaluada e indicador de logro, según el programa de estudio con el que está relacionado el ítem planteado.

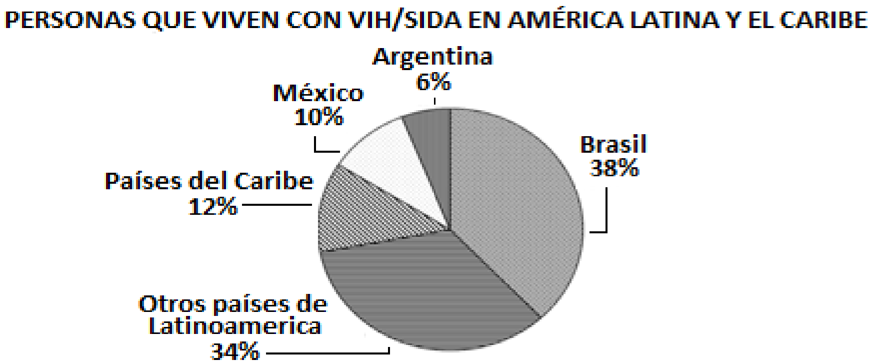
En vista de que la respuesta correcta del ítem y las demás opciones tienen un sentido pedagógico, se proporciona la justificación de cada una para que los docentes conozcan cuáles son las habilidades y dificultades manifestadas por los estudiantes.

Se espera que este documento que se entrega a todas las instituciones de Educación Media, sea un insumo para la reflexión pedagógica y se generen espacios de análisis y optimizar los programas de mejora institucional.

Ítem N° 1

Indicador de logro: 3.4 Interpreta gráficos de datos referidos a situaciones sociales, ambientales, sanitarias y deportivas.
Habilidad: Comprende y expresa información mediante recursos gráficos.
Habilidad específica: Interpreta información presentada en gráficos estadísticos.

La siguiente gráfica presenta el porcentaje de personas que viven con VIH/SIDA en América Latina y el Caribe.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A. Los países del Caribe tienen el menor porcentaje de personas viviendo con VIH/SIDA.
B. Hay más personas viviendo con VIH/SIDA en países del Caribe que en Argentina.
C. Hay menos personas viviendo con VIH/SIDA en países del Caribe que en México o Argentina.
D. Los países Brasil, Argentina y México tienen menos de la mitad de la población viviendo con VIH/SIDA en toda Latinoamérica.

Respuesta correcta: B
Acierto: 47%
Interpreta correctamente información gráfica y textual. Interpreta correctamente la información en el gráfico de pastel, señalando que los Países del Caribe tienen más personas viviendo con VIH/SIDA que Argentina. Además interpreta correctamente las afirmaciones presentadas en el resto de opciones, llegando a la conclusión de que todas son falsas.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Tiene dificultades para interpretar información gráfica, particularmente gráficos de pastel, por lo que no identifica que tanto México como Argentina tienen porcentajes menores que los países del Caribe.

C. Tiene dificultades con el manejo de los conectores lógicos "o" e "y". Interpreta que la afirmación hace referencia a la unión de las poblaciones de México y Argentina, suma sus porcentajes respectivos y compara con el porcentaje de los países del Caribe obteniendo: $10\% + 6\% = 16\% > 12\%$

D. Tiene dificultades con el manejo de los conectores lógicos "o" e "y". Interpreta que la afirmación hace referencia a los países Brasil, Argentina y México por separado. Observa respectivamente que $38\% < 50\%$, $6\% < 50\%$ y $10\% < 50\%$.

Ítem N° 2

Indicador de logro: 3.8 Resuelve problemas utilizando las propiedades y gráfica de la función exponencial o logarítmica.
Habilidad: Maneja propiedades y operaciones.
Habilidad específica: Resuelve ejercicios de conversión de expresiones exponenciales a logarítmicas y viceversa.

Al expresar la ecuación $\log_{\frac{1}{4}} x = y$, en forma exponencial, se obtiene:

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{y} = x$

B. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x} = y$

C. $4y = x$

D. $(y)^{\frac{1}{4}} = x$

Respuesta correcta: A
Acierto: 37%
Comprende el significado de los elementos en una ecuación logarítmica y conoce la relación de los logaritmos con la potenciación, por lo que realiza: $\log_{\frac{1}{4}} \mathrm{x} = \mathrm{y} \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{\mathrm{y}} = \mathrm{x}$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Desconoce el significado de los elementos en una ecuación logarítmica; reconoce la existencia de una relación entre los logaritmos y las potencias pero no tiene claridad de cómo se relacionan, posiblemente memorizó la equivalencia $\log_n x = y \leftrightarrow x = n^y$ pero luego la olvidó y tiene un vago recuerdo de ella que le inclina a seleccionar B.

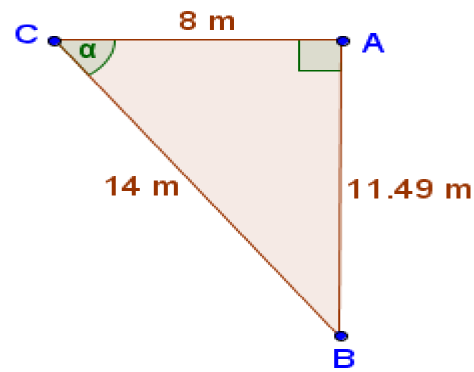
C. Desconoce el concepto y notación de logaritmo, interpreta la expresión $\log_{\frac{1}{4}} x = y$ como la igualdad $\frac{1}{4}x = y$ de la cual despeja "x" obteniendo $4y = x$.

D. Desconoce el significado de los elementos en una ecuación logarítmica. Desconoce o no recuerda la equivalencia $\log_n x = y \leftrightarrow x = n^y$. Como en el enunciado se menciona la existencia de una relación entre los logaritmos con exponentes descarta la opción C y busca llegar a la respuesta encontrando entre el resto de las opciones alguna particularidad relacionada con exponentes, selecciona la opción D ya que en ella el exponente es numérico, a diferencia de A y B.

Ítem N° 3

Indicador de logro: 1.2 Soluciona ejercicios de razones trigonométricas.
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Identifica las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

¿Cuál es el valor del $\cos(\alpha)$ en el siguiente triángulo?



A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{7}{4}$

C. $\frac{14}{11.49}$ D. $\frac{11.49}{14}$

Respuesta correcta: A
Acierto: 29%
Conoce los elementos en un triángulo rectángulo (hipotenusa, catetos, etc.) Sabe que, en un triángulo rectángulo, $\cos\alpha$ es la razón de la longitud del cateto adyacente a α entre la longitud de la hipotenusa, identifica éstos valores, plantea la fracción y simplifica: $\cos\alpha = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Sabe que, en un triángulo rectángulo, $\cos\alpha$ se obtiene mediante división, de las longitudes de la hipotenusa y del dado adyacente a α, sin embargo no tiene claro quién es el dividendo y quien el divisor, se inclina por tomar la hipotenusa como dividendo y realiza $\cos\alpha = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$.

C. Desconoce acerca de razones trigonométricas, en el afán de dar una respuesta busca particularidades entre las opciones; elige la opción C basándose en "orden" ya que en ella aparecen los dos números más grandes que aparecen en el triángulo y además el más grande de ellos (14) aparece "arriba" del más pequeño (11.49).

D. Tiene cierto manejo de razones trigonométricas pero en referencia a un ángulo α de un triángulo rectángulo, se le dificulta relacionar al cateto adyacente con $cos\alpha$ y al cateto opuesto con $sen\,\alpha$, aunque sabe que en ambos casos debe plantear una razón donde el numerador es la longitud del cateto y el denominador la longitud de la hipotenusa; plantea $\text{sen}\,\alpha = \frac{11.49}{14}$.

Ítem N° 4

Indicador de logro: 5.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidiana sobre variables con distribución normal
Habilidad: Comprende y aplica modelos probabilísticos.
Habilidad específica: Resolver situaciones interpretando información y haciendo uso de la tabla de distribución bajo la curva normal.

La estatura media de los estudiantes de un complejo educativo es de 163 cm con una desviación estándar de 10 cm, ¿cuál es la probabilidad de que la estatura de un estudiante se encuentre entre 157 cm y 169 cm?	
A. 0.2258	B. 0.4516
C. 0.5484	D. 0.2742

Respuesta correcta: B
Acierto: 32%

Está familiarizado con el enfoque de resolución de problemas. Maneja correctamente las tablas de distribución normal. Identifica que para resolver el problema requiere trabajar con una variable de distribución normal. Sabe que para estandarizar una variable x con media μ y desviación estándar σ debe realizar $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$, utilizando los datos del enunciado realiza $z=\frac{157-163}{10}=-0.60$ y $z=\frac{169-163}{10}=0.60$. Dependiendo de la tabla normal utilizada realiza uno de los siguientes procedimientos:

Área bajo la curva normal entre 0 y z.
Para $z=0.6$ obtiene de la tabla 0.2258, entonces la probabilidad de que la estatura de un estudiante se encuentre entre $157\ cm$ y $169\ cm$ es $2\times 0.2258=0.4516$.

Área bajo la curva normal menor a z.
Para $z=0.6$ obtiene de la tabla 0.7257, entonces la probabilidad de que la estatura de un estudiante se encuentre entre $157\ cm$ y $169\ cm$ es $0.7257-(1-0.7257)\approx 0.4516$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que para resolver el problema requiere trabajar con una variable de distribución normal. Sabe que para estandarizar una variable x con media μ y desviación estándar σ debe realizar $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$, utilizando los datos del enunciado realiza $z=\frac{157-163}{10}=-0.60$ y $z=\frac{169-163}{10}=0.60$. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área entre 0 y z, teniendo cierto manejo de la misma. Para $z=0.6$ obtiene de la tabla 0.2258 pero no logra interpretar su significado en relación con el problema, tampoco sabe cómo encontrar el valor correspondiente a $z=-0.6$. En el afán de dar una respuesta selecciona 0.2258.

C. Identifica que para resolver el problema requiere trabajar con una variable de distribución normal. Estandariza la variable obteniendo $z=\frac{157-163}{10}=-0.60$ y $z=\frac{169-163}{10}=0.60$. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área entre 0 y z, teniendo cierto manejo de la misma. Sabe que $z=-0.60$ y $z=0.60$ determinan áreas iguales bajo la curva normal. Para $z=0.6$ obtiene de la tabla 0.2258 pero no logra interpretar su significado en relación con el problema; sin saberlo termina calculando la probabilidad de que la estatura sea menor a $157\ cm$ y mayor a $169\ cm$, posiblemente influenciado por algún ejemplo conocido previamente: $0.5-0.2258=0.2742$, luego suma $0.2742+0.2742=0.5484$.

D. Identifica que para resolver el problema requiere trabajar con una variable de distribución normal. Estandariza la variable obteniendo $z=\frac{157-163}{10}=-0.60$ y $z=\frac{169-163}{10}=0.60$. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área entre 0 y z, teniendo cierto manejo de la misma. No sabe cómo encontrar el valor correspondiente a $z=-0.6$, pero si para $z=0.6$, obtiene de la tabla 0.2258 pero tiene dificultades para interpretar su significado en relación con el problema, sin saberlo termina calculando la probabilidad de que la estatura sea mayor a $169\ cm$: $0.5-0.2258=0.2742$.

Ítem N° 5

Indicador de logro: 2.6 Resuelve con interés y confianza problemas del entorno que involucran la aplicación de los principios de la multiplicación o suma.
Habilidad: Identifica herramientas matemáticas en la solución de problemas.
Habilidad específica: Aplicar principio de la multiplicación a situaciones del entorno.

En un concurso de Matemática participan cinco estudiantes y solo hay premio para el primero y el segundo lugar. Bajo esta condición, ¿de cuántas maneras diferentes puede un estudiante clasificar en cualquiera de los dos lugares?

A. 5	B. 7
C. 10	D. 20

Respuesta correcta: D

Acierto: 28%
Identifica el principio de la multiplicación implícito en una situación problemática y lo aplica correctamente para resolverla. Identifica que hay cinco estudiantes optando para el primer lugar y que habiendo resultado ganador uno de ellos quedan cuatro optando al segundo lugar, finalmente aplica correctamente el principio de la multiplicación, obteniendo

$$5 \times 4 = 20$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. No está relacionado con el enfoque de resolución de problemas. Interpreta erróneamente la pregunta, entendiendo que se cuestiona acerca de la cantidad de estudiantes que optan a ambos premios, a lo que responde 5 estudiantes.

B. No está familiarizado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas, en el afán de encontrar una respuesta se limita a sumar números que se mencionan en el enunciado.

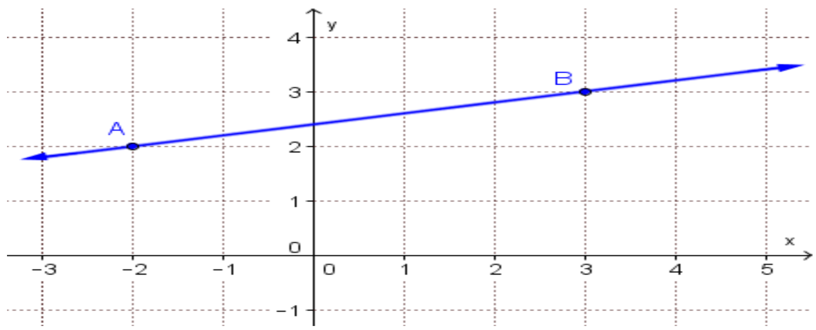
$$5 + 2 = 7$$

C. Identifica que el principio de la multiplicación está implícito en el problema, pero lo aplica incorrectamente, multiplicando la cantidad total de estudiantes con la cantidad de estudiantes a premiar: $5 \times 2 = 10$

Ítem N° 6

Indicador de logro: 7.15 Deduce, utiliza y explica la pendiente de una recta.
Habilidad: Relaciona correctamente diferentes conceptos y procesos matemáticos.
Habilidad específica: A partir de la gráfica de una línea recta determina el valor de su pendiente.

¿Qué valor le corresponde a la pendiente de la recta que pasa por los puntos "A" y "B" en la siguiente grafica?



A. -2 B. $\frac{1}{5}$

C. 2 D. 3

Respuesta correcta: B

Acierto: 36%
Conoce la definición de pendiente de una recta y sabe cómo calcularla a partir de las coordenadas de dos puntos sobre ella. Identifica las coordenadas de los puntos $A(-2,2)$ y $B(3,3)$ sobre la recta, realizando lo siguiente: $m = \frac{3-(2)}{3-(-2)} = \frac{3-2}{3+2} = \frac{1}{5}$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce cómo calcular la pendiente de una recta, por lo que busca en la imagen algún número que se relacione directamente con los elementos que se mencionan en el enunciado, seleccionando la coordenada en "x" del punto A.

C. Tiene dificultades para interpretar información gráfica en el plano cartesiano, por lo que se limita a seleccionar la coordenada en "y" del punto A.

D. Desconoce el concepto de pendiente de una recta, selecciona a la coordenada en "x" e "y" del punto B por relacionarse con uno de los elementos destacados en el gráfico.

Ítem N° 7

Indicador de logro: 7.13 Construye, utiliza y explica la ecuación de una recta punto pendiente, valorando su utilidad.
Habilidad: Relaciona correctamente diferentes conceptos y procesos matemáticos.
Habilidad específica: Construir la ecuación de una recta, a partir del valor de la pendiente y un punto.

Si una línea recta tiene por pendiente -2 y pasa por el punto (4,3), ¿cuál de las siguientes es su ecuación?

A. y + 2x = 3 B. y + 2x = 4

C. y + 2x = 10 D. y + 2x = 11

Respuesta correcta: D
Acierto: 26%

Conoce los elementos de una recta y los utiliza correctamente para construir la ecuación de la misma.
Considera los elementos

- Pendiente de la recta: $m = -2$
- Punto sobre la recta $P(4,3)$
- Coordenadas del punto P: $x_1 = 4$, $y_1 = 3$

Para construir la ecuación de la línea recta como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad y - y_1 &= \mathrm{m}\,(\mathrm{x} - x_1) \\ \rightarrow \quad y - 3 &= -2\,(x - 4) \\ \rightarrow \quad y - 3 &= -2x + 8 \\ \rightarrow \quad y + 2x &= 11 \end{aligned}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Memorizo las fórmulas para construir la ecuación de una recta sin interpretar el significado de los elementos en cada una de ellas ni las diferencias entre las mismas, recuerda la forma de la ecuación "pendiente intersecto" pero no la de la forma "punto pendiente". Encuentra la ecuación de la recta en la forma "pendiente intersecto" tomando como intersecto al punto $P(0,3)$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad y &= \mathrm{m}x + b \\ \rightarrow \quad y &= -2x + 3 \\ \rightarrow \quad y + 2x &= 3 \end{aligned}$$

B. No sabe cómo encontrar la ecuación de una recta a partir de su pendiente y un punto cualquiera en ella, pero si sabe cómo hacerlo si el punto es una intersección de la recta con el eje "y", toma como intersecto al punto $P(0,4)$ y hace lo siguiente

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad y &= \mathrm{m}x + b \\ \rightarrow \quad y &= -2x + 4 \\ \rightarrow \quad y + 2x &= 4 \end{aligned}$$

C. No tiene claro los papeles de x_1 e y_1, en la ecuación de una recta y los intercambia como se muestra a continuación:

- Pendiente de la recta: $m = -2$
- Punto sobre la recta: $P\ (4,3)$
- Coordenadas del punto: $y_1 = 4$, $x_1 = 3$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad y - y_1 &= \mathrm{m}\,(x - x_1) \\ \rightarrow \quad y - 4 &= -2\,(x - 3) \\ \rightarrow \quad y - 4 &= -2x + 6 \\ \rightarrow \quad y + 2x &= 10 \end{aligned}$$

Ítem N° 8

Indicador de logro: 7.5 Interpreta y ejemplifica desigualdades lineales.
Habilidad: Traduce lenguaje común a lenguaje matemático y viceversa.
Habilidad específica: Identificar desigualdades lineales que modelan situaciones cotidianas o matemáticas

Cuál de las siguientes desigualdades lineales representa la situación: "los números cuyo cuádruplo es menor que su triplo disminuido en 30"?

A. $4x < 30 - 3x$
B. $4x < 3x - 30$
C. $4x < 3 - 30x$
D. $4x < 3(4x - 30)$

Respuesta correcta: B

Acierto: 52%
Muestra capacidad para traducir lenguaje común a lenguaje matemático. Expresa simbólicamente frases claves del enunciado:

"un número"	$\leftrightarrow$	x
"cuádruplo de un número"	$\leftrightarrow$	$4x$
"triplo de un número"	$\leftrightarrow$	$3x$
"disminuido en 30"	$\leftrightarrow$	-30

Identifica como se relacionan las diferentes expresiones y plantea correctamente la desigualdad $4x < 3x - 30$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Interpreta erróneamente la frase "triplo disminuido en 30" expresándola como $30 - 3x$, en consecuencia elige la desigualdad $4x < 30 - 3x$

C. Tiene dificultades para representar con lenguaje matemático expresiones dadas en lenguaje común, asocia la cantidad 30 a la variable x, dejando a 3 como término independiente, por ello selecciona $4x < 3 - 30x$

D. Tiene grandes dificultades para representar matemáticamente expresiones dadas en lenguaje común. Selecciona $4x < 3(4x - 30)$ por ser la respuesta que, en cuanto a forma, "se parece menos" a las otras.

Ítem N° 9

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.
Habilidad: Aplica elementos teóricos a la solución de problemas.
Habilidad específica: Calcular la media aritmética para datos agrupados en una situación cotidiana.

En la tabla siguiente se presentan los datos de un grupo de personas que visitaron un hospital nacional

Edad (Años)	10	20	30	60
Personas	6	7	4	3

A partir de esta información, ¿cuál es la edad promedio de este grupo de personas?

A. 15 Años
B. 25 Años
C. 30 Años
D. 35 Años

Respuesta correcta: B
Acierto: 36%
Interpreta correctamente la información proporcionada en tablas de datos agrupados. Calcula correctamente la media aritmética realizando el proceso:

$$\bar{x} = \frac{10(6) + 20(7) + 30(4) + 60(3)}{20} = \frac{500}{20} = 25$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.
A. Tiene una vaga idea de cómo calcular la media aritmética para datos agrupados; suma todas las edades y divide el resultado por 8, es decir, por la cantidad de casillas que contienen números en la tabla:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 60}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

C. Tiene idea de cómo calcular la media aritmética pero se le dificulta interpretar la información en la tabla de datos agrupados, sabe que debe dividir la suma de todas las edades por la cantidad de personas, pero como en la fila “Personas” aparecen cuatro casillas divide el resultado por 4:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 60}{4} = \frac{120}{4} = 30$$

D. Tiene una vaga idea de cómo calcular la media aritmética, recuerda que debe dividir una suma entre el total de muestras, además se le dificulta interpretar información en la tabla de datos agrupados; suma todas las cantidades que hay en la tabla y divide el resultado por 4, es decir, por la cantidad de casillas que contienen números en la fila “Personas”:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 60 + 6 + 7 + 4 + 3}{4} = \frac{140}{4} = 35$$

Ítem N° 10

Indicador de logro: 2.11Identifica y aplica las variables cuantitativas y valora su utilidad al interpretar la información estadística.
Habilidad: Comprende conceptos matemáticos.
Habilidad específica: Reconoce conceptos estadísticos en situaciones cotidianas.

A un grupo de atletas se les registra el peso y el estado civil antes de inscribirse en los Juegos Olímpicos, ¿qué tipo de variables representan el peso y el estado civil?
A. Cuantitativa-discreta, cualitativa-ordinal. B. Cuantitativa-continua, cualitativa-ordinal C. Cuantitativa-continua, cualitativa-nominal. D. Cuantitativa-discreta, cualitativa-nominal

Respuesta correcta: C
Acierto: 39%
Distingue entre variables cuantitativas y cualitativas. Dentro de la categoría cuantitativa distingue entre discretas y continuas. Dentro de la categoría cualitativa distingue entre nominales y ordinales. Identifica que el peso es una variable cuantitativa continua mientras que el estado civil es cualitativa nominal.

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce la diferencia entre variable cualitativa-ordinal y cualitativa-nominal, también desconoce la diferencia entre variable cuantitativa-discreta y cuantitativa-continua. Elige al azar la opción “Cuantitativa-discreta, cualitativa-ordinal”.

B. Desconoce la diferencia entre variable cualitativa-ordinal y cualitativa-nominal; se inclina por la opción “Cuantitativa-continua, cualitativa-ordinal”.

D. Desconoce la diferencia entre variable cuantitativa-discreta y cuantitativa-continua; se inclina por la opción “Cuantitativa-discreta, cualitativa-nominal”.

Ítem N° 11

Indicador de logro: 7.11 Resuelve ejercicios o problemas utilizando desigualdades cuadráticas de una variable.
Habilidad: Aplica procesos algorítmicos.
Habilidad específica: Calcula el conjunto solución para desigualdades cuadráticas.

Al resolver la desigualdad cuadrática: $x^2 + 4x - 21 > 0$, su conjunto solución es:
A. $]-3,7[$ B. $]-7,3[$ C. $]-\infty,-7[\,\cup\,]3,\infty[$ D. $]-\infty,-3[\,\cup\,]7,\infty[$

Respuesta correcta: C

Acierto: 33%
Factoriza al trinomio: $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$
Encuentra las raíces: $x = -7$, $x = 3$,
Utiliza alguna estrategia como usar el cuadro de variación para analizar los signos del polinomio, encontrando que el conjunto solución es: $]-\infty,-7[\,\cup\,]3,\infty[$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Factoriza al trinomio $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$, pero tiene dificultades para resolver desigualdades, por lo que toma a los números -3 y 7, que ve en la factorización de $x^2 + 4x - 21$, como los extremos del intervalo solución. Selecciona la opción $]-3,7[$

B. Sabe que para resolver la desigualdad debe encontrar las raíces de $x^2 + 4x - 21$, encuentra dichas raíces pero desconoce cómo utilizarlas para resolver la desigualdad, por lo que toma a 7 y -3 (raíces del trinomio) como los extremos del intervalo solución. Selecciona la opción $]-7,3[$

D. Tiene idea de cómo resolver ecuaciones y desigualdades pero tiene dificultades operativas en algunas partes del proceso. Factoriza al trinomio $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$, pero toma como raíces a -3 y 7. Evalúa al trinomio en $x_0 \in]-\infty,-7[\subset]-\infty,-3[$ y en $x_1 \in]7,\infty[\subset]3,\infty[$ obteniendo valores positivos en ambos casos. Selecciona la opción $]-\infty,-3[\,\cup\,]7,\infty[$ si darse cuenta que en ese conjunto hay números que no son solución.

Ítem N° 12

Indicador de logro: 5.2 Resuelve problemas aplicando e interpretando críticamente la media aritmética en datos agrupados y no agrupados.
Habilidad: Modela matemáticamente situaciones del entorno.
Habilidad específica: Interpreta la media aritmética para datos agrupados y no agrupados.

En una clase de matemática hay 9 estudiantes con un peso promedio de 65 kg. Si después de la clase se retiran 2 cuyos pesos son 70 kg y 80 kg. ¿Cuántos kg pesan en total los 7 estudiantes que quedaron?

A. $435\ kg$	B. $455\ kg$
C. $490\ kg$	D. $560\ kg$

Respuesta correcta: A

Acierto: 53%
Evidencia haber trabajado matemática desde el enfoque de resolución de problemas así como desarrollo la capacidad de realizar abstracciones. Conoce el concepto de media aritmética y la calcula correctamente. Interpreta correctamente la información del enunciado representando con x la suma de los pesos de los estudiantes que quedaron para luego plantear que

$$\frac{x + 70kg + 80kg}{9} = 65kg$$

Finalmente despeja x obteniendo $x = 435\ kg$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. No está familiarizado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas. No identifica el concepto de promedio implícito en la situación planteada, desconoce el concepto de promedio o como calcularlo; interpreta erróneamente que cada estudiante tiene un peso de $65kg$ y como quedaron 7 de ellos concluye que la suma de sus pesos es $7(65kg) = 455kg$.

C. No está familiarizado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas. No identifica el concepto de promedio en la situación planteada, desconoce el concepto de promedio o como calcularlo. Tiene problemas para interpretar la información del enunciado, identifica que uno de los estudiantes que quedó pesa $70kg$ y multiplica con la cantidad de estudiantes que se retiró: $7(70kg) = 490kg$.

D. No está familiarizado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas. No identifica el concepto de promedio en la situación planteada, desconoce el concepto de promedio o como calcularlo. Tiene problemas para interpretar la información del enunciado, identifica que uno de los estudiantes que quedó pesa $80kg$ y multiplica con la cantidad de estudiantes que se retiró: $7(80kg) = 560kg$.

Ítem N° 13

Indicador de logro: 4.15 Resuelve ejercicios y problemas sobre el cálculo de la probabilidad de eventos.
Habilidad: Identifica herramientas matemáticas en la solución de problemas.
Habilidad específica: Resuelve situaciones del entorno utilizando probabilidades de eventos simples o enfoque clásico.

De una bolsa que contiene 9 focos buenos y tres defectuosos, ¿cuál es la probabilidad que al sacar un foco al azar, este sea defectuoso?

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{9}$

Respuesta correcta: A
Acierto: 18%

Identifica que la situación plantea un problema de probabilidad clásica, en el cual la probabilidad está dada por $\frac{cantidad\ de\ cass\ favorables}{1cantidad\ de\ casos\ posibles}$, distingue que hay 3 casos favorables y 12 posibles, concluyendo que la probabilidad es $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Identifica que la situación plantea un problema de probabilidad clásica, pero se equivoca al tomar como cantidad de casos favorables la cantidad de focos que sacará de la bolsa; concluye que la probabilidad es $\frac{1}{12}$

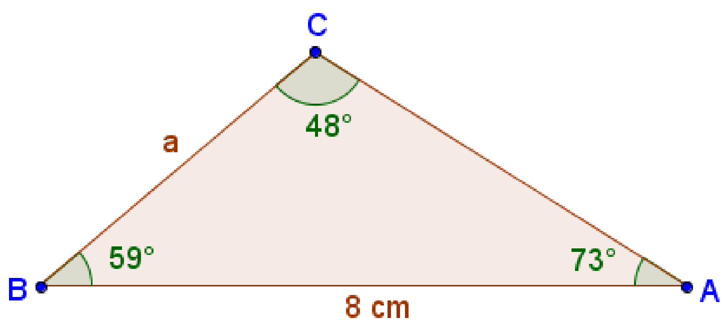
C. Identifica que la situación plantea un problema de probabilidad clásica, pero tiene dificultades para identificar casos favorables y posibles; toma como cantidad de casos favorables la cantidad de focos que sacará de la bolsa y como cantidad de casos posibles la cantidad de focos defectuosos. Concluye que la probabilidad es $\frac{1}{3}$. Además se le complica trabajar con fracciones por lo que no identifica que las opciones C. y D. son equivalentes.

D. Identifica que la situación plantea un problema de probabilidad clásica, pero no distingue que la cantidad de casos posibles es 12, tomando en su lugar la cantidad de focos buenos. Concluye que la probabilidad es $\frac{3}{9}$. Además se le complica trabajar con fracciones por lo que no identifica que las opciones C. y D. son equivalentes.

Ítem N° 14

Indicador de logro: 6.3 Utiliza el teorema del seno, al solucionar ejercicios sobre triángulos oblicuángulos.
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Aplica el teorema del seno a ejercicios.

Tomando en cuenta la información que se presenta en el siguiente triángulo, determina el valor del lado "a".



A. $8.93\ cm$
B. $9.76\ cm$
C. $10.29\ cm$
D. $11.26\ cm$

Respuesta correcta: C

Acierto: 52%
Conoce la ley del seno y sabe cómo aplicarla. Identifica que el problema puede resolverse utilizando la ley del seno, relaciona correctamente los dos lados involucrados en la solución con sus ángulos opuestos y procede como a continuación

$$\rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{a}{sen\ A} &= \frac{c}{sen\ C} \\ a &= \frac{c\ sen\ A}{sen\ C} \\ &= \frac{8\ (sen\ 73°)}{sen\ 48°} \\ &= 10.29 \end{aligned}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que el problema puede resolverse utilizando la ley del seno. Sabe que la ley del seno garantiza la proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de sus ángulos, pero no tiene claro que los lados y ángulos deben ser respectivamente opuestos, por lo que relaciona el lado c con el ángulo en el vértice B, luego procede como a continuación

$$\rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{a}{sen\ A} &= \frac{c}{sen\ B} \\ a &= \frac{c\ sen\ A}{sen\ B} \\ &= \frac{8\ (sen\ 73°)}{sen\ 59°} \\ &= 8.93 \end{aligned}$$

B. Identifica que el problema puede resolverse utilizando la ley del seno. Sabe que la ley del seno garantiza la proporcionalidad entre las longitudes de los lados de un triángulo y los senos de sus ángulos, pero no tiene claro que los lados y ángulos deben ser respectivamente opuestos por lo que relacionando el lado c con el ángulo en el vértice B, además tiene complicaciones para despejar, procediendo como se indica

$$\begin{aligned} \frac{a}{sen\ A} &= \frac{c}{sen\ B} \\ \rightarrow \quad a &= \frac{c}{(sen\ A)(sen\ B)} \\ &= \frac{8}{(sen\ 73°)(sen\ 59°)} \\ &= 10.29 \end{aligned}$$

D. Identifica que el problema puede resolverse utilizando la ley del seno, relaciona correctamente los dos lados involucrados en la solución con sus ángulos opuestos pero tiene complicaciones para despejar

$$\begin{aligned} \frac{a}{sen\ A} &= \frac{c}{sen\ C} \\ \rightarrow \quad a &= \frac{c}{(sen\ A)(sen\ C)} \\ &= \frac{8}{(sen\ 73°)(sen\ 48°)} \\ &= 11.26 \end{aligned}$$

Ítem N° 15

Indicador de logro: 1.9 Resuelve ejercicios y problemas sobre sucesiones aritméticas, con interés y perseverancia.
Habilidad: Identifica y generaliza patrones.
Habilidad específica: Identifica el término general de una sucesión aritmética.

El término general de la sucesión 11, 15, 19, 23, 27,… está dado por:	
A. $a_n = n + 11$	B. $a_n = 11n + 4$
C. $a_n = 4n + 7$	D. $a_n = 4n + 11$

Respuesta correcta: C

Acierto: 35%
Identifica que la diferencia entre cualesquiera dos términos consecutivos de la sucesión es constante concluyendo que se trata de una sucesión aritmética. Sabe que el término general a_n de una sucesión aritmética depende de n, de la diferencia constante "d" y del término inicial a_1, además sabe que $a_n = a_1 + d(n-1)$; determina que $d = 4$ y $a_1 = 11$, luego realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + d(n-1) \\ &= 11 + 4(n-1) \\ &= 11 + 4n - 4 \\ &= 4n + 7 \end{aligned}$$

Por otra parte el estudiante pudo tener claro, con mayor o menor dominio de conceptos, que el término general de una sucesión es la regla de asignación de una función que tiene por dominio a los números naturales, entonces evaluó las opciones de respuesta en $1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ concluyendo que la única opción que genera los cinco primeros términos de la sucesión es $a_n = 4n + 7$.

Justificación de las opciones.
Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Evidencia dificultades para establecer generalizaciones a partir de conjeturas. Tiene idea de que el término general depende del primer término a_1 y de n, pero desconoce que depende de la diferencia constante "d". También desconoce la relación $a_n = a_1 + d(n-1)$. Sustituye $n = 0$ en $n + 11$ obteniendo 11, es decir el primer término de la sucesión, lo que le hace pensar que $n + 11$ es el término general. Selecciona la expresión $n + 11$ sin darse cuenta que ella no genera los términos de la sucesión para $n = 1, 2,3, \ldots$

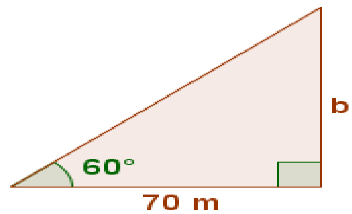
B. No establece generalizaciones a partir de conjeturas. Desconoce que todos los términos de la sucesión se obtienen del término general asignando números naturales a la variable n. Selecciona la expresión $11n + 7$ influenciado por el hecho de que 11 aparece al inicio tanto de la expresión como de la sucesión., sin darse cuenta que ella no genera los términos de la sucesión para $n = 1, 2,3, \ldots$

D. Sabe que todos los términos de la sucesión se obtienen del término general asignando números naturales a la variable n, evalúa la expresión $a_n = 4n + 11$ en $n = 0,1,2 \ldots$ obteniendo $11, 15, 19, \ldots$ respectivamente, concluye que dicha expresión es el término general de la sucesión pasando por alto que debía evaluar a $a_n = 4n + 11$ en $n = 1, 2, 3, \ldots$

Ítem N° 16

Indicador de logro: 1.3 Resuelve problemas utilizando razones trigonométricas.
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Resuelve situaciones cotidianas haciendo uso de razones trigonométricas.

¿Cuántos metros mide el lado “b” del siguiente triángulo?



A. $80.83\ m$ B. $121.24\ m$
C. 130.00 m D. 140.00 m

Respuesta correcta: B
Acierto: 39%

Conoce las razones trigonométricas y sabe cómo aplicarlas. Identifica que el triángulo en la figura es rectángulo. Sabe que si θ es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo se cumple

$$tan\ \theta = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \theta}{cateto\ adyacente\ a\ \theta}$$

Realiza

$$\begin{aligned} & \tan 60° && = \frac{b}{70\ m} \\ \rightarrow & \quad b && = 70\ m\ (tan 60°) \\ & && = 121.24\ m \end{aligned}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Tiene ideas vagas acerca de razones trigonométricas. Sabe que las razones trigonométricas se expresan en términos de los ángulos agudos en triángulos rectángulos y que se obtienen a partir de las longitudes de sus lados, pero desconoce cómo, entonces realiza lo siguiente.

$$\begin{aligned} & \operatorname{sen} 60° && = \frac{70\ m}{b} \\ \rightarrow & \quad b && = \frac{70\ m}{sen\ 60°} \\ & && = 80.83\ m \end{aligned}$$

C. Desconoce acerca de razones trigonométricas. No distingue entre unidades de medida. En el afán de encontrar una respuesta realiza la suma de los números que observa en el triángulo a pesar de que tienen unidades diferentes $60° + 70m = 130.00\ m$.

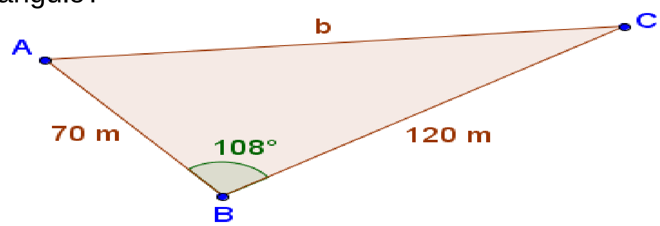
D. Tiene ideas vagas acerca de razones trigonométricas. Sabe que las razones trigonométricas se expresan en términos de los ángulos agudos en triángulos rectángulos y que se obtienen a partir de las longitudes de sus lados, pero desconoce cómo. Realiza lo siguiente.

$$\begin{aligned} & \cos 60° && = \frac{70\ m}{b} \\ \rightarrow & \quad b && = \frac{70\ m}{cos\ 60°} \\ & && = 140.00\ m \end{aligned}$$

Ítem N° 17

Indicador de logro: 6.7 Resuelve problemas aplicando el teorema del coseno.
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Aplica el teorema del coseno a ejercicios.

En el triángulo siguiente, se conoce la medida de dos de sus lados y uno de sus ángulos ¿cuánto mide el otro lado del triángulo?



A. $97.5\, m$ B. $118.8\, m$

C. 138.9 m D. 156.5 m

Respuesta correcta: D

Acierto: 34%
Conoce y aplica correctamente la ley del coseno. Identifica al teorema del coseno implícito en el problema. Sabe que en todo triángulo se cumple $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\theta$ donde a, b y c son las longitudes de los lados del triángulo y θ es el ángulo opuesto al lado b. Realiza

$$
\begin{aligned}
& b^2 &=& \ a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\theta \\
\rightarrow & b^2 &=& \ 70^2 + 120^2 - 2(70m)(120m)cos108° \\
\rightarrow & b &=& \ \sqrt{70^2 + 120^2 - 2(70m)(120m)cos108°} \\
& &=& \ 156.5\, m
\end{aligned}
$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Tiene conocimientos nulos de trigonometría, además no distingue entre triángulos rectángulos y triángulos oblicuángulos. Tiene una idea no muy clara del Teorema de Pitágoras e intenta aplicarlo tomando como recto al ángulo en B, pero lo aplica incorrectamente.

$$
\begin{aligned}
& b^2 &=& \ a^2 - c^2 \\
\rightarrow & b^2 &=& \ 120^2 - 70^2 \\
\rightarrow & b &=& \ \sqrt{120^2 - 70^2} \\
& &=& \ 97.5\, m
\end{aligned}
$$

B. Identifica que el problema se resuelve con el teorema del coseno pero no lo recuerda con claridad por lo que se equivoca en el signo tomando $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cdot \ cos\theta$ en lugar de $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \ cos\theta$, como se ilustra a continuación

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 + 2ac \cdot cos\theta \\ \rightarrow \quad b^2 &= 70^2 + 120^2 + 2(70m)(120m)cos108° \\ \rightarrow \quad b &= \sqrt{70^2 + 120^2 + 2(70m)(120m)cos108°} \\ &= 118.8\, m \end{aligned}$$

C. No maneja el teorema del coseno y no distingue entre triángulos rectángulos y triángulos oblicuángulos. Conoce el Teorema de Pitágoras y en el afán de encontrar una respuesta lo aplica tomando como recto al ángulo en B.

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 \\ \rightarrow \quad b^2 &= 70^2 + 120^2 \\ \rightarrow \quad b &= \sqrt{70^2 + 120^2} \\ &= 138.9\, m \end{aligned}$$

Ítem N° 18

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en la solución de ejercicios.
Habilidad: Comprende y aplica modelos probabilísticos.
Habilidad específica: Resolver situaciones cotidianas utilizando distribuciones de probabilidad binomial.

En una universidad el 30% de los estudiantes se opone a pagar una cuota para actividades culturales. Si se pasa una encuesta a 10 estudiantes de la Universidad, ¿cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad de que exactamente 4 se opongan?

A. $\binom{10}{4}(0.30)^4(0.70)^{10}$ B. $\binom{10}{4}(0.30)^{10}(0.70)^4$

C. $\binom{10}{4}(0.30)^6(0.70)^{10}$ D. $\binom{10}{4}(0.30)^4(0.70)^6$

Respuesta correcta: D

Acierto: 41%
Identifica el experimento binomial en el problema. Entiende cómo funciona un experimento binomial, sabe que al realizarlo n veces, la probabilidad de $x = r$ está dada por $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$, donde p es la probabilidad de éxito y q la probabilidad de fracaso. Interpreta correctamente los datos del problema obteniendo

$n = 10$ (Cantidad de ensayos)
$r = 4$ (Cantidad de veces que debe ocurrir oposición)

$p = 0.3$ (Probabilidad de éxito)
$p = 0.7$ (Probabilidad de fracaso)

Finalmente plantea $P_{(x=4)} = \binom{10}{4}(0.3)^4(0.7)^6$

Por otra parte puede ser que no recuerde la fórmula $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$ pero interpreta correctamente la información en el enunciado, luego utiliza análisis combinatorio y probabilidad condicionada para obtener $\binom{10}{4}(0.3)^4(0.7)^6$.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Reconoce el experimento binomial en el problema, identifica que la cantidad de ensayos es $n = 10$, la cantidad de veces que debe ocurrir oposición es $r = 4$, la probabilidad de éxito es $p = 0.3$ y la de fracaso es $q = 0.7$, sin embargo no recuerda con claridad la fórmula $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$ particularmente cómo obtener los exponentes en ella, por lo que toma para esa función a los dos números que encuentra explícitamente en el enunciado, es decir. Selecciona la opción $\binom{10}{4}(0.3)^4(0.7)^{10}$.

B. No tiene idea de cómo funciona un experimento binomial y carece de los fundamentos en probabilidad y combinatoria para obtener la respuesta de forma alternativa; posiblemente la fórmula $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$ le es familiar pero no sabe cómo utilizarla y menos interpretar el rol de los elementos en ella. Busca relaciones entre las opciones de respuesta y los datos del enunciado; selecciona la opción $\binom{10}{4}(0.3)^{10}(0.7)^4$ ya que al leerla de izquierda a derecha encuentra primero a número 10 y luego a 4, igual que al leer el enunciado.

C. Identifica el experimento binomial en el problema y tiene idea de la fórmula $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$ pero no ha logrado interpretar el rol de los elementos en ella, tampoco la recuerda con claridad, aunque recuerda que uno de los dos exponentes se obtiene de una resta, además observa que al restar los datos que aparecen en el enunciado resulta 6 por lo que se inclina por las opciones C y D, le parece natural que en el otro exponente sea la cantidad de experimentos realizados por lo que termina seleccionando la opción $\binom{10}{4}(0.3)^6(0.7)^{10}$.

Ítem N° 19

Indicador de logro: 5.10 Resuelve ejercicios y problemas aplicados a la vida cotidiana sobre variables con distribución normal.
Habilidad: Comprende y aplica modelos probabilísticos.
Habilidad específica: Utiliza tablas para encontrar áreas bajo la curva normal.

¿Cuánto vale el área bajo la curva normal estandarizada para un valor de "z" mayor o igual a 1.84

A. 0.0329 B. 0.4664
C. 0.4671 D. 0.9671

Respuesta correcta: A
Acierto: 20%

Maneja correctamente las tablas de distribución normal. Busca la fila de la tabla identificadas con las dos cifras más significativas de z y la columna identificada con la tercera cifra, sabe que en su intersección encontrará el valor buscado. Distingue con cuál tabla se obtiene el área bajo la curva normal antes de z y con cual el área entre 0 y z. Sabe encontrar áreas bajo la curva normal con extremos en ciertos valores de z, a partir de sus números correspondientes en la tabla. Dependiendo de la tabla normal utilizada realiza uno de los siguientes procesos.

Área bajo la curva, entre 0 y z.
Para $\mathrm{z} = 1.84$ obtiene de la tabla 0.4671, entonces el área para z mayor o igual a 1.84 es

$$0.5 - 0.4671 = 0.0329$$

Área bajo la curva, menor a z
Para $\mathrm{z} = 1.84$ obtiene de la tabla 0.9671, entonces el área para z mayor o igual a 1.84 es

$$1 - 0.9671 = 0.0329$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área entre 0 y z, teniendo cierto manejo de la misma. Busca la fila de la tabla identificada con las dos cifras más significativas de z y la columna identificada con la tercera cifra, sabe que en su intersección encontrará el valor correspondiente a 1.84, pero se equivoca y toma el número en la tercera columna en lugar del de la cuarta, además se le dificulta utilizar los valores en la tabla para encontrar áreas bajo la curva normal, en el afán de dar una respuesta selecciona 0.4664.

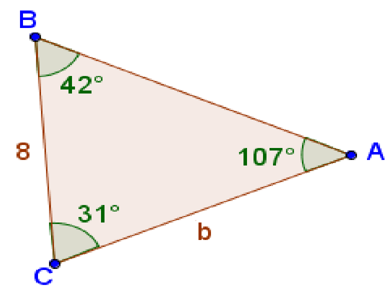
C. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área entre 0 y z, teniendo cierto manejo de la misma. Busca la fila de la tabla identificada con las dos cifras más significativas de z y la columna identificada con la tercera cifra, sabe que en su intersección encontrará el valor correspondiente a 1.84, es decir 0.4671. Tiene dificultades para encontrar áreas bajo la curva normal a partir de valores en la tabla, en el afán de dar una repuesta selecciona a 0.4671.

D. Está habituado a utilizar la tabla de distribución normal que da el área a la izquierda de z y tiene cierto manejo de la misma. Busca la fila de la tabla identificada con las dos cifras más significativas de z y la columna identificada con la tercera cifra, sabe que en su intersección encontrará el valor correspondiente a 1.84, es decir 0.9671. Tiene dificultades para encontrar áreas bajo la curva normal a partir de valores en la tabla, en el afán de dar una repuesta selecciona a 0.9671.

Ítem N° 20

Indicador de logro: 6.3 Utiliza el teorema del seno, al solucionar ejercicios sobre triángulos oblicuángulos
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Plantea el teorema del seno en ejercicios de triángulos oblicuángulos.

¿Cuál de las siguientes expresiones permite encontrar el valor del lado " b", al utilizar la ley del seno?



A. $\frac{sen\,(31°)}{8} = \frac{b}{sen(107°)}$

B. $\frac{sen\,(42°)}{8} = \frac{sen(31°)}{b}$

C. $\frac{sen\,(107°)}{8} = \frac{sen\,(42°)}{b}$

D. $\frac{sen(107°)}{b} = \frac{8}{sen(42°)}$

Respuesta correcta: C

Acierto: 50%
Conoce y sabe aplicar la ley del seno. Sabe que en cualquier triángulo las razones de las longitudes de los lados con los senos de sus ángulos opuestos son iguales. Observa que conoce todos los ángulos y uno de los lados por lo que puede aplicar la ley del seno, también observa que al lado de longitud 8 se opone un ángulo de $107°$ mientras que al lado de longitud b se opone un ángulo de $42°$ entonces

$$\frac{sen\,(107°)}{8} = \frac{sen\,(42°)}{b}$$

Justificación de las opciones. Posibles causas por la que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Desconoce que en cualquier triángulo las razones entre las longitudes de los lados y los senos de sus ángulos opuestos son iguales, en busca de una respuesta relaciona ángulos con lados adyacentes:

$$\frac{sen(\theta)}{lado\ adyacente\ a\ \theta} = \frac{sen\,(31°)}{8} = \frac{b}{sen(107°)} = \frac{lado\ adyacente\ a\ \alpha}{sen(\alpha)}$$

B. Sabe que cierto resultado de geometría referente a triángulos (la ley del seno), garantiza la igualdad entre las razones formadas con las longitudes de los lados y los senos de los ángulos, pero no recuerda que los ángulos deben tomarse respectivamente opuestos a los lados, buscando dar sentido lógico a su respuesta relaciona ángulos con lados adyacentes:

$$\frac{sen(\theta)}{lado\ adyacente\ a\ \theta} = \frac{sen\ (42°)}{8} = \frac{sen(31°)}{b} = \frac{sen(\alpha\ )}{lado\ adyacente\ a\ \alpha}$$

D. Tiene idea de que en cualquier triángulo existe cierta relación entre las longitudes de los lados y los senos de sus respectivos ángulos opuestos, sin embargo no tiene clara cuál es esa relación:

$$\frac{sen(\theta)}{lado\ opuesto\ a\ \theta} = \frac{sen\ (107°)}{8} = \frac{b}{sen(42°)} = \frac{lado\ opuesto\ a\ \alpha}{sen(\alpha)}$$

Luego obtiene

$$\frac{sen\ (107°)}{b} = \frac{8}{sen(42°)}$$

Ítem N° 21

Indicador de logro: 1:12 Establece, con claridad, la diferencia entre una sucesión aritmética y una geométrica.
Habilidad: Maneja propiedades y operaciones.
Habilidad específica: Reconoce una sucesión geométrica.

De las siguientes sucesiones, ¿cuál es geométrica?	
A. $2, 4, 6, 8, \ldots$	B. $2, 6, 10, 14, \ldots$
C. $3, 6, 9, 12, \ldots$	D. $3, 6, 12, 24, \ldots$

Respuesta correcta: D

Acierto: 47%
Distingue entre sucesiones geométricas y aritméticas. Sabe que en una sucesión geométrica la razón de dos términos consecutivos cualesquiera es constante. Verifica que entre las opciones de respuesta la única sucesión geométrica es $3, 6, 12, 24, \ldots$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. No sabe que en una sucesión geométrica la razón de dos términos consecutivos cualesquiera es constante. Busca particularidades entre las opciones de respuesta para elegir una respuesta con base en ellas; en la opción A ($2, 4, 6, 8, \ldots$) observa que: el primer término es 2, si suma 2 a cualquier término obtiene el siguiente, si multiplica al primer y segundo término por 2 obtine 4 y 8 respectivamente, es decir obtiene números que también están en la sucesión, posiblemente encuentra particularidades en el resto de opciones pero no tantas como en la opción A por lo que la elige.

B. Tiene cierto conocimiento de sucesiones, sabe que en algunas de ellas la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera es constante, por lo que busca esa característica entre las opciones de respuesta, identificándola en las opciones A, B y C pero no la reconoce en la opción D por lo que la descarta. Busca alguna particularidad entre las opciones A, B y C, identifica que en las opciones A y C el primer término es igual a la diferencia constante, pero que con la opción B ($2, 6, 10, 14, \ldots$) no sucede lo mismo, por lo que la elige como respuesta.

C. Sabe que en una sucesión geométrica hay cierto invariante, pero no recuerda cual es, al buscarlo entre las opciones de respuesta identifica que en las opciones A, B y C la diferencia entre dos términos consecutivos es constante, mientras que con la opción D no sucede lo mismo, por lo que la descarta; se inclina por la sucesión $3, 6, 9, 12, \ldots$ al identificar particularidades como el hecho de que inicia con 3 y la diferencia entre los términos consecutivos también es 3.

Ítem N° 22

Indicador de logro: 8.10 Resuelve problemas de aplicación de las propiedades de la desviación típica a situaciones reales con confianza.
Habilidad: Maneja propiedades y operaciones.
Habilidad específica: Calcular, interpretar y aplicar medidas estadísticas descriptivas, de tendencia central, de posición y de dispersión.

En una zapatería trabajan 8 empleados con un salario medio de $175 y desviación típica $25. Si el propietario decide aumentar $40 a cada trabajador. ¿Qué ocurre con la desviación típica?
A. Aumenta en $\$40$ B. Se mantiene en $\$25$ C. Disminuye en $\$40$ D. Aumenta en $\$15$

Respuesta correcta: B

Acierto: 37%
Conoce la propiedad de la desviación típica, si a cada uno de los datos de la variable se le suma o resta una cantidad la desviación típica no se modifica.

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Confunde la propiedad de la desviación típica con la propiedad de la suma o resta de una constante de la media aritmética, por esa razón suma.

C. Confunde la propiedad de la desviación típica con la propiedad de la suma o resta de una constante de la media aritmética, por esa razón resta.

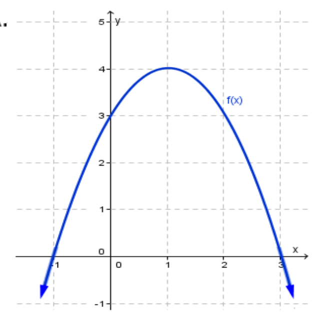
D. No reconoce las propiedades de la desviación típica, en el afán de obtener una respuesta realiza una resta con dos de los datos en el enunciado $\$40 - \$15$.

Ítem N° 23

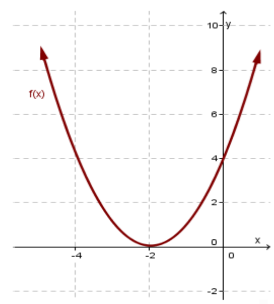
Indicador de logro: 4.12 Identifica y explica el dominio y recorrido de las funciones.
Habilidad: Comprende y expresa información mediante recursos gráficos.
Habilidad específica: Identificar dominio y recorrido a partir de un gráfico.

¿Para cuál de las siguientes gráficas el dominio es $\mathbb{R}$ y el recorrido $]-\infty, 4]$?

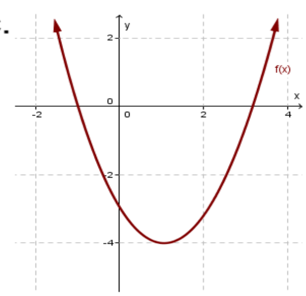
A.



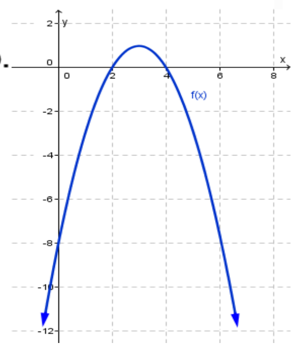
B.



C.



D.



Respuesta correcta: A

Acierto: 43%
Analiza el gráfico de una función para deducir información de la misma. Asocia correctamente al eje "x" con el dominio de la función y al eje "y" con el recorrido. Identifica que la gráfica en la opción A tiene su punto más alto en $y = 4$, también identifica que la gráfica tiende verticalmente a $-\infty$ mientras que horizontalmente lo hace a $-\infty$ y a ∞, concluye que el dominio es $\mathbb{R}$ y el recorrido $]-\infty, 4]$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

B. Tiene problemas para analizar gráficas de funciones. Asocia correctamente al eje "x" con el dominio de la función y al eje "y" con el recorrido. Observa que la gráfica en la opción B se intersecta con el eje "y" en $y = 4$, hecho que relaciona con el recorrido $]-\infty, 4]$ de la función.

C. Deduce correctamente cierta información de la función correspondiente a la gráfica pero se equivoca en otra. Asocia correctamente al eje "x" con el dominio de la función y al eje "y" con el recorrido. Interpreta que la gráfica en la opción C tiende horizontalmente a $-\infty$ y a ∞, por lo que su recorrido es $\mathbb{R}$, pero se confunde al interpretar el recorrido, influenciado por el hecho de que la gráfica indica que su función respectiva alcanza un extremo en $y = -4$.

D. No está acostumbrado a analizar gráficos de funciones. No asocia al eje "x" con el dominio de la función y al eje "y" con el recorrido. Observa que la gráfica en la opción D se intersecta con el eje "x" en $x = 4$, hecho que relaciona con el recorrido $]-\infty, 4]$ de la función.

Ítem N° 24

Indicador de logro: 2.17 Utiliza la fórmula apropiada para calcular la cantidad de combinaciones o permutaciones de n objetos tomados de r a la vez.
Habilidad: Aplica elementos teóricos en la solución de problemas.
Habilidad específica: Reconoce fórmulas de conteo en casos concretos.

Una empresa quiere contratar a 5 personas de un total de 10. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite conocer las distintas formas de realizar las contrataciones?

A. $\frac{10!}{(10-5)!}$ B. $\frac{10!}{(10-5)!5!}$

C. $10! \times 5!$ D. $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Respuesta correcta: B

Acierto: 41%
Evidencia estar familiarizado con el enfoque de resolución de problemas. Identifica el proceso combinatorio implícito en la situación problemática. Identifica que el problema equivale a elegir 5 elementos de un conjunto de 10 sin importar el orden. Sabe que la manera de elegir r objetos de un conjunto de n sin importar el orden está dado por $\frac{n!}{r!(n-r)!}$, por lo que concluye que la respuesta correcta es la opción B: $\frac{10!}{5!(10-5)!}$
Por otra parte puede ser que no recuerde la fórmula $\frac{n!}{r!(n-r)!}$, pero tiene habilidad en el análisis combinatorio y procede como sigue: en principio la cantidad de maneras en que pueden elegirse 5 personas de un total de 10 es $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$ maneras, pero como en este caso el orden es irrelevante observa que ha contado 5 veces cada posible selección, concluye que la respuesta correcta es $\frac{10\times9\times8\times7\times6}{5!}$ que a su vez equivale a $\frac{10!}{5!(10-5)!}$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que el problema equivale a elegir 5 elementos de un conjunto de 10, pero no identifica que el orden es irrelevante, por lo que en lugar de utilizar combinaciones, utiliza permutaciones para resolver el problema. Sabe que la cantidad de maneras en que se pueden elegir r objetos de un conjunto de n dando importancia al orden es $\frac{n!}{(n-r)!}$, entonces concluye que la respuesta es $\frac{10!}{(10-5)!}$

C. No está relacionado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas. Su dominio de teoría combinatoria es muy limitado o nulo. Tiene cierta noción del principio de la multiplicación e Intenta aplicarlo directamente a los datos presentes en el enunciado, lo que finalmente relaciona con $10! \times 5!$.

D. No está relacionado con el enfoque de resolución de situaciones problemáticas. Su dominio de teoría combinatoria es muy limitado. Interpreta erróneamente el problema y piensa que consiste en encontrar la cantidad de formas en que se pueden ubicar 5 personas en 5 espacios diferentes, concluye que la respuesta es $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

Otra explicación puede ser que el estudiante aprende matemática memorísticamente, sin interpretar los procesos y resultados. Recuerda que en clase se resolvieron ejercicios parecidos donde la respuesta era una expresión del tipo $n!$.

Ítem N° 25

Indicador de logro: 5.5 Utiliza la fórmula para el cálculo de la probabilidad de una distribución binomial en solución de ejercicios.
Habilidad: Comprende y aplica modelos probabilísticos.
Habilidad específica: Resolver situaciones cotidianas utilizando distribuciones de probabilidad binomial.

El historial de cierto profesor de matemática indica que el 70% de sus estudiantes aprueban la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que en un grupo de 8 estudiantes, 5 hayan aprobado la asignatura?	
A. 0.0467	B. 0.1313
C. 0.0070	D. 0.2541

Respuesta correcta: D

Acierto: 40%
Identifica que debe utilizar probabilidad binomial para resolver el problema. Entiende cómo funciona un experimento binomial, sabe que al realizarlo n veces, la probabilidad de $x = r$ está dada por $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$, donde p es la probabilidad de éxito y q la probabilidad de fracaso. Interpreta correctamente los datos del problema obteniendo

$n = 8$ (Cantidad de ensayos)
$r = 5$ (Cantidad de acierto)
$p = 0.7$ (Probabilidad de éxito)
$p = 0.3$ (Probabilidad de fracaso)

Finalmente plantea $P_{(x=5)} = \binom{8}{5}(0.7)^5(0.3)^3 = 0.2541$

Justificación de las opciones. Posibles causas por las que los estudiantes seleccionaron la opción equivocada.

A. Identifica que debe aplicar probabilidad binomial para resolver el problema. Tiene cierto dominio del cálculo de probabilidades binomiales. Recuerde la fórmula $P_{(x=r)} = \binom{n}{r}(p)^r(q)^{n-r}$ pero con los exponentes intercambiados. Identifica que $n = 8$, $r = 5$, $p = 0.7$ y $q = 0.3$. Finalmente realiza $\binom{8}{5}(0.7)^3(0.3)^5 = 0.04667 \cong 0.0467$.

B. No identifica que el problema corresponde a probabilidad binomial y utiliza probabilidad clásica, tomando 5 como casos favorables y 8 como casos posibles, además identifica las probabilidades de éxito y fracaso, multiplicándolas con $\frac{5}{8}$:

$$\frac{5}{8}(0.70)\,(0.30) = \;0.13125 \;\cong 0.1313$$

C. Tiene muy poco dominio de cálculo de probabilidad binomial, como en el enunciado se menciona que la probabilidad de éxito es 70%, identifica la probabilidad de éxito con 0.0070.

DNEM

DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN MEDIA

(Tercer Ciclo y Media)

MINISTERIO DE EDUCACIÓN - EL SALVADOR